Jurnal Analisa 7 (2) (2021) : 112-123
http://journal.uinsgd.ac.id/index.php/analisa/index
p-ISSN : 2549-5135 e-ISSN : 2549-5143

Kontribusi sejarah aljabar Babilonia dan aljabar Arab terhadap berpikir aljabar

Dede Nurjanah, Enur Nurjanah, Alkauni Fitriana Hasan, Auliya Nabila, dan Riva Lesta Ariany
Universitas Islam Negeri Sunan Gunung Djati Bandung
**dedenurjanah1505@gmail.com*

Received: 15 April 2020 ; Accepted: 15 Desember 2021 ; Published: 29 Desember 2021

Abstrak

Aljabar dan matematika adalah satu kesatuan yang tidak dapat dipisahkan. Sebagai materi pokok dalam matematika, aljabar memiliki peranan yang penting karena aljabar merupakan dasar atau landasan dalam mempelajari matematika terutama dalam pemecahan masalah dan pembuktian teorema-teorema matematika. Namun sayangnya dalam pengembangan aljabar tidak banyak pendidik yang mengetahui sejarah berkembangnya aljabar sehingga pembelajaran matematika cenderung monoton dengan satu metode dan hal itu menyebabkan terhambatnya perkembangan peserta didik dalam berpikir aljabar. Oleh karena itu, tujuan artikel ini adalah untuk membuka wawasan pembaca mengenai perkembangan aljabar khususnya pada Matematika Babilonia dan pada Matematika Arab serta kontribusinya terhadap berpikir aljabar masa kini. Melalui metode kajian pustaka, kita dapat mengetahui metode-metode yang digunakan matematikawan Babilonia dan Arab dalam membuktikan teori mereka sehingga kita dapat mengaplikasikannya dalam kehidupan sehari-hari khusunya dalam pembelajaran matematika di sekolah.

Kata Kunci: pembelajaran matematika, metode penyelesaian aljabar

Abstract

Algebra and mathematics are inseparable entities. As the subject matter in mathematics, algebra has an important role because algebra is the basis or foundation in studying mathematics, especially in problem-solving and the proof of mathematical theorems. But unfortunately in algebra development not many educators know the history of the development of algebra so that learning mathematics tends to constant with one method and it causes inhibition of the development of students in thinking algebra. Therefore, the purpose of this article is to open the reader's insight on the development of algebra, especially to Babylonian Mathematics and to Arabian Mathematics and its contribution to contemporary algebraic thinking. Through the literature study method, we can know the methods used by Babylonian and Arabian mathematicians in proving their theory so that we can apply it in everyday life especially in learning mathematics in school.

***Keywords**: mathematics studying, method of algebra solving*

1. PENDAHULUAN

Aljabar merupakan materi matematika yang tidak dapat dipisahkan, hal ini karena di dalamnya terdapat pengetahuan dasar mengenai matematika. Sebagai bagian terpenting dari matematika, maka menguasai aljabar adalah hal yang mesti dilakukan oleh setiap orang jika ingin meraih kesuksesan di dalam hidupnya. Tanpa disadari sebenarnya, aljabar seringkali digunakan pada kehidupan sehari-hari. Ketika kita mempelajari matematika di kelas 1 ataupun 2 di Sekolah Dasar kita akan diberikan soal seperti ini, "1 + ? = 5", bukankah itu serupa dengan "1 + x = 5, berapakah nilai x?" Setelah di hitung maka akan menemukan jawabannya, yaitu 4. Apabila direnungkan lagi, masih banyak kegunaan aljabar dalam kehidupan yang tidak disadari. Oleh karena itu, sangat penting mempelajari aljabar karena berkaitan erat dengan kehidupan sehari-hari. Booker (2009), menurutnya bahwa aljabar mempunyai peran sangat penting, yakni sebagai alat untuk menyelesaikan masalah matematika, ekonomi, bisnis, perdagangan, sains, perdagangan, komputasi dan masalah-masalah lainnya dalam kehidupan sehari – hari (Sukmawati, 2015).

Menurut Krimanto, Aljabar merupakan cabang dari matematika yang berhubungan dengan analisis kuantitas, persamaan, hubungan dan struktur yang terbentuk. Analisis dari dasar Aljabar diawali dengan penyajian simbolik kuantitas serta operasinya, yang melingkupi persamaan-persamaan, baik persamaan linear, dan persamaan kuadrat. Aljabar juga sering dimaksudkan sebagai bahasa simbol dan hubungan (Warsitasari, 2015).

Menurut Watson (Andriani, 2015) aljabar adalah cara kita untuk menyatakan generalisasi tentang bilangan, kuantitas, hubungan dan fungsi. Lebih lanjutnya, pada level sekolah aljabar menurut Watson aljabar dideskripsikan sebagai:

1. Generalisasi aturan tentang bilangan dan pola-pola
2. Menipulasi dan transformasi pernyataan dalam bentuk simbol
3. Aturan dalam tranformasi dan penyelesaian persamaan
4. Kajian tentang struktur dan sistem abstraksi dari komputasi dan relasi
5. Pemodelan struktur matematika dari situasi di dalam atau diluar konteks matematika
6. Pembelajaran tentang variabel, fungsi dan mengekspresikan perubahan dan hubungan-hubungannya.

B. A. van Ameron mendefinisikan aljabar adalah "*algebraic thinking is a mental process like reasoning with unknowns, generalizing and formalizing relations between magnitudes and developing the concept 'variable.*" Definisi ini dapat dipahami sebagai berpikir aljabar merupakan proses mental seperti menalar tentang sesuatu yang belum diketahui, menggeneralisasi, dan memformalkan hubungan antara besaran-besaran dan mengembangkan konsep variabel (Warsitasari, 2015).

Secara umum, indikator berpikir aljabar peneliti merumuskan berdasarkan pendapat dari Hee-Chan Lew (2004) tentang jenis berpikir yang melibatkan dalam berpikir aljabar tanpa jenis berpikir yang terakhir yaitu *organization*. Peserta didik dinyatakan berpikir aljabar apabila mereka menampilkan setidaknya satu indikator dari berpikir aljabar (*algebraic thinking*) dalam proses pemecahan masalah: (1) melakukan generalisasi, yaitu menyatakan pola atau memformulasikan keumuman secara simbolis, (2) melakukan abstraksi, yaitu mengekstraksi objek dan hubungan matematika berdasarkan generalisasi, (3) berpikir analitis, yaitu menyelesaikan persamaan untuk menentukan nilai yang tidak diketahui (*unknown quantity*), (4) berpikir dinamis, yaitu melakukan manipulasi dinamis dari objek matematika, dan (5) pemodelan, yaitu merepresentasikan masalah dalam model matematika.

Berdasarkan definisi tersebut, berpikir aljabar adalah suatu cara untuk memahami situasi yang melibatkan besaran-besaran saling berhubungan (besaran satu didapat dari besaran yang lain), dimana situasi tersebut tidak perlu didekati dengan menggunakan simbol berupa huruf, namun tujuan akhirnya tetap untuk mengantarkan peserta didik pada aljabar yang lebih formal (Warsitasari, 2015)

Menurut (Warsitasari, 2015) dalam penelitiannya, indikator berpikir aljabar adalah sebagai berikut: (1) Memahami pemakaian simbol seperti huruf, gambar atau kata-kata untuk memisalkan sesuatu yang tidak diketahui yang disebut sebagai variable, (2) Menampilkan keterkaiatan antara bilangan-bilangan dengan gambar, kata-kata atau bentuk aljabar untuk menyatakan pola bilangan, (3) Memastikan suku sebelumnya atau suku selanjutnya dengan menganalisis keterkaitan antara bilangan-bilangannya, (4) Menyusun persamaan untuk menyatakan keterkaitan antara nilai atau hasil, (5) Menentukan suku sebelumnya atau suku selanjutnya melalui pengamatan keterkaitan antara bilangan-bilangan, (6) menggambarkan hubungan antara bilangan-bilangan dengan gambar, kata-kata atau bentuk aljabar untuk menyatakan pola bilangan, (7) Menentukan nilai dari variabel sebagai sesuatu yang tidak diketahui.

Melalui belajar aljabar peserta didik dilatih berpikir lebih kritis, lebih kreatif, bernalar dan berpikir abstrak, sehingga peserta didik diharapkan menjadi pemecah masalah yang handal ketika belajar aljabar. Namun kenyataannya, hasil penelitian Wardhani (2004) terhadap peserta didik SMP pada lima provinsi, menunjukkan bahwa hampir semua provinsi menghadapi kendala yang sama berupa pemahaman yang rendah dari setiap peserta tentang konsep-konsep yang terkait dengan pengoprasian dan keterampilan yang rendah dalam menyelesaikan operasi bentuk aljabar (Sukmawati, 2015). Mayoritas hambatan dalam berpikir aljabar yang terjadi pada siswa adalah berupa hambatan dalam menggambarkan, menyampaikan, dan membuat generalisasi tentang pola geometrik dan numerik, juga hambatan dalam menunjukkan dan menganalisis pola dan fungsi, menggunakan kata-kata, tabel, dan grafik. Hambatan lain dalam menunjukkan hubungan matematis dengan menggunakan sinyal yang sama, serta hambatan dalam memodelkan situasi masalah dengan objek yang menggunakan representasi, seperti grafik, tabel, dan persamaan untuk menarik kesimpulan (Pratiwi, Herman, & Lidinillah, 2017). Apabila ditelusuri lebih lanjut di beberapa wilayah lain juga terdapat masalah yang serupa yaitu rendahnya pemahaman peserta didik mengenai aljabar. Hal ini, dapat dilihat dari banyaknya peserta didik yang mana mereka tidak bisa membedakan antara suku sejenis dan tidak sejenis, dan juga masih banyak peserta didik yang kesulitan dalam mengoprasikan aljabar serta memfaktoran ke dalam aljabar.

Menurut Kieran (2004) kesulitan-kesulitan yang dialami oleh peserta didik ketika belajar aljabar awalnya disebabkan oleh adanya pemisahan antara belajar aritmetika dan belajar aljabar (Sukmawati, 2015). Peserta didik yang terbiasa dengan materi yang berhubungan dengan kerangka aritmatika berupa angka yang real tidak dapat menyesuaikan diri dengan variabel-variabel yang abstrak yang terdapat dalam aljabar sehingga pengetahuan peserta didik harus bergeser dari pengetahuan menyelesaikan persamaan aritmatika dengan operasi pada angka, ke pengetahuan untuk menyelesaikan persamaan aljabar dengan operasi pada bilangan yang tidak diketahui atau abstrak, sehingga membutuhkan pemetaan simbol matematika standar ke model mental aritmatika yang sudah ada sebelumnya. Untuk mendalami hal tersebut, maka diperlukan pengetahuan mengenai sejarah aljabar sehingga pendidik dapat mengkontekstualkan materi aljabar dalam proses pembelajaran di kelas. Selain sebagai tambahan wawasan, sejarah matematika juga memiliki peran yang penting dalam pembelajaran matematika.

Menurut Barbin (2000), penerapan sejarah matematika menjadi alasan yang sangat penting terkait dalam pembelajaran yaitu sejarah matematika yang memberikan kesempatan untuk membangun persepsi terkait apakah sebenarnya kita memiliki pemahaman yang lebih baik terkait konsep dan teori matematika (Wahyu, 2016). Dilihat dari pendapat tersebut, kita dapat melihat urutan membangun pemahaman tersebut yaitu, awalnya sejarah matematika bisa mengubah pemahaman dan persepsi pendidik tentang matematika sehingga akan mempengaruhi bagaimana cara pendidik mengajarkan matematika, dan pada akhirnya berdampak cara peserta didik menerima dan memahami matematika sesuai yang diajarkan tersebut. sehingga Efektivitas pembelajaran penerapan sejarah matematika bisa dinilai melalui alur proses tersebut. Menurut Furinghetti dan Radford (2002) ide menggunakan sejarah matematika dalam pendidikan matematika bukan merupakan hal yang baru. Kurang lebih satu abad yang lalu, Zeuthen menulis sebuah buku tentang sejarah matematika yang ditujukan untuk para guru. Zeuthen mempertimbangkan sejarah matematika menjadi bagian integral dari pendidikan umum guru. Hampir pada saat yang sama, menurut Karaduman (2010) pada tahun 1894, Florian Cajori memperhatikan dalam sejarah matematika terdapat sumber informasi yang inspirasional untuk guru (Dejic & Mihajlovic, 2014). Dari penjelasan-penjelasan di atas, kita dapat memahami sejarah matematika melalui filsafat matematika yaitu dengan menggali hakikat matematika yang telah lama dipelajari dan dikembangkan oleh matematikawan terdahulu.

Sejarah mencatat matematika mulai dikenal sekitar tahun 2000 SM tepatnya di daerah Babilonia. Daerah Babilonia merupakan daerah yang tenang sehingga segala jenis pengetahuan dapat berkembang termasuk matematika. Matematika yang berkembang di dataran Babilonia salah satunya mengenai penyelesaian aljabar. Metode penyelesaian aljabar yang digunakan oleh bangsa Babilonia sudah tidak digunakan dalam pembelajaran saat ini. Hal tersebut sangat disayngkan mengingat metode yang dikembangkan oleh bangsa Babilonia merupakan metode yang ditemukan secara empiris dan telah banyak dilakukan pembuktian termasuk metode penyelesaian dalam aljbar. Metode lain yang tidak kalah penting namun tidak dipakai dalam pembelajaran adalah metode penyelesaian aljabar yang dilakukan oleh bangsa Arab khususnya Al-khawarizmi yang merupakan Bapak Aljabar. Al-khawarizmi menyelesaikan permasalahan aljabar melalui teknik geometri. Ironis sekali apabila teori yang telah dibuktikan secara empiris oleh bangsa Babilonia dan teori yang dikembangkan oleh bapak aljabar sendiri tidak diaplikasikan dalam pembelajaran aljabar di kelas mengingat pentingnya berpkir aljabar bagi pendidik dan peserta didik.

Tujuan penulisan artikel ini yaitu untuk meningkatkan kemampuan berpikir aljabar melalui sejarah aljabar Babilonia dan Arab. Dengan dibuatnya artikel ini pendidik dan pembaca dapat mengimplementasikan sejarah aljabar dalam proses pembelajaran sehingganpeserta didik tidak menganggap aljabar sebagai sesuatu yang abstrak dan sulit dipahami. Jadi peserta didik dapat meningkatkan kemampuan berpikir aljabarnya sehingga dapat menyelesaikan setiap permasalahan secara matematis. Dengan menyisipkan sejarah dalam pembelajaran matematika terutama aljabar peserta didik tidak akan bosan karena pembelajaran tidak stagnan, sehingga peserta didik dapat menggunakan metode yang berbeda untuk setiap permasalahan yang dikerjakan

2. METODE

Penelitian ini menggunakan kajian pustaka, yang litelaturnya berasal dari buku-buku serta berbagai macam jurnal yang telah dipublikasi.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Sejarah Aljabar Babilonia

Sebagian besar pengetahuan mengenai matematika dikembangkan di wilayah Mesopotamia yang pertama oleh orang Sumeria dan kemudian oleh orang-orang Akkarin dan orang lain yang relatif baru. Hal inilah yang disebut matematika Babilonia (Burton, 2011). Hal serupa juga terjadi pada perkembangan aljabar. Awal perkembangan Aljabar berasal dari bangsa Babilonia Kuno, di mana mereka mengembangkan sistem aritmatika yang cukup rumit. Jadi dengan ini, mereka dapat menghitung dengan cara yang sama seperti aljabar sekarang ini. Hal ini dibuktikan dengan adannya koleksi Babilonia yang besar di British Museum dan Louvre di luar negeri dan di Yale, Columbia, dan University of Pennsylvania di Amerika Serikat berisi beberapa lempengan runcing yang berisi daftar mengenai permasalahn aljabar dan geometri dan beberapa lempengan yang tidak terdefinisi dan jenis yang tidak biasa (Burton, 2011).

Masalah yang muncul pada lempengan umumnya adalah masalah yang berhubungan dengan numeric beserta dengan hitungan yang relevan dan jawabannya. Terdapat sebuah lempengan tanah liat yang menunjukkan bahwa Babilonia familiar dengan pemecahan masalah pada persamaan kuadrat. Hal ini diilustrasikan dengan baik pada teks Babilonia Kuno yang isinya sebagai berikut:*"Aku sudah menambahkan sebuah wilayah dan dua pertiga dari sisi persegi ku dan itu adalah 0;35. Berapa sisi persegiku?"*

Jadi untuk menerjemahkan masalah ini nilai disimbolkan dengan mengganti kata seperti panjang atau sisi dan lebar dengan huruf x dan y. Dalam notasi modern, isi masalah ini akan di ekspresikan sebagai:

$$x^2 + \frac{2}{3}x = \frac{35}{60}$$

Rincian solusi dijelaskan dengan intruksi verbal dalam teks sebagai berikut:
"Anda mengambil 1, sebuah koefisien [dari x]. Dua pertiga dari 1 adalah 0; 40. Setengah dari ini, 0; 20, kamu kalikan dengan 0; 20 dan itu [hasilnya] 0; 6,40 kamu menambahkan dengan 0; 35 dan [hasilnya] 0; 41,40 memiliki 0; 50 sebagai akar persegi. 0; 20 yang kamu memiliki dikalikan dengan dirinya sendiri, kamu mengurangi dari 0; 50, dan 0; 30 adalah [sisi dari] kotak itu."

Jika dikonversikan ke dalam aljabar modern maka hasilnya:

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{\left(\frac{0;40}{2}\right)^2 + 0;35} - \frac{0;40}{2} \\ &= \sqrt{0;6{,}40 + 0;35} - 0;20 \\ &= \sqrt{0;41{,}40} - 0;20 \\ &= 0;50 - 0;20 \\ &= 0;30 \end{aligned}$$

Dengan demikian, penyelesaian masalah ini setara dengan aturan yang familiar untuk menyelesaikan masalah $x^2 + ax = b$ yaitu:

$$x = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b} - \frac{a}{2}$$

Meskipun begitu matematika Babilonia tidak mempunyai "rumus kuadrat" yang mungkin akan menyelesaikan semua persamaan kuadrat.

Tipe masalah dalam awal matematika Babilonia adalah sebagai berikut:
Diketahui setengah keliling persegi panjang adalah $x + y = a$ dan luas persegi panjang $xy = b$ dengan panjang x dan lebar y. Bagaimanakah mereka menyelesaikan masalah ini? kita bisa berpendapat bahwa tidak ada petunjuk yang jelas pada teks matematika Babilonia di masa ini tentang cara menemukan hasilnya. Matematikawan Babilonia adalah orang-orang yang empirisis dan pengamat yang bekerja dengan lempengan untuk menjelaskan sebuah fakta sesuai aturan. Dalam semua kemungkinan, seharusnya mereka sudah mengkontruksi lempengan dengan nilai luas yang berbeda dengan asumsi yang kuat sehingga keliling akan tetap konstan. Dengan demikian, untuk persegi panjang dengan setengah keliling $x + y = a = 20$ hasil luasnya mungkin disusun dengan variasi:

$$x = \frac{a}{2} + z$$

Dan

$$y = \frac{a}{2} - z$$

Dengan z adalah salah satu angka dari 0 sampai 9

Tabel 1. Variabel Luas.

z	$x = \frac{a}{2} + z$	$y = \frac{a}{2} - z$	$b = xy$	$\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b$
0	10	10	100	0
1	11	9	99	1^2
2	12	8	96	2^2
3	13	7	91	3^2

z	$x = \frac{a}{2} + z$	$y = \frac{a}{2} - z$	$b = xy$	$\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b$
4	14	6	84	4^2
5	15	5	75	5^2
6	16	4	64	6^2
7	17	3	51	7^2
8	18	2	36	8^2
9	19	1	19	9^2

Penjelasan dari tabel 1 adalah bahwa luas berbanding terbalik dengan nilai z, berbeda halnya dengan $\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b$ yang selalu berbanding lurus dengan nilai z sehingga,

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b = z^2$$

Karena akar negatif diabikan maka

$$z = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$$

Dan didapatkan hasil

$$x = \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$$

$$y = \frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$$

Pada mulanya, kesimpulan ini ditentukan secara empiris melaui observasi dengan fakta yang konkret, tidak ada penggunaan logika matematika atau peernyataan deduktif dalam pembuktian teorema ini. Hal ini membuktikan bahwa pendekatan yang dilakukan oleh matematikawan Babilonia sangat brilian. Bangsa Babilonia selanjutnya pastilah benar telah menyadari bahwa jika diketahui penjumlahan $x + y = a$ dengan nilai yang lebih besar (sebut saja x) maka nilainya akan lebih besar dari $\frac{a}{2}$ ditambah z. Sehingga:

$$x = \frac{a}{2} + z \quad dan \quad y = \frac{a}{2} - z$$

Jika dijumlahkan hasilnya adalah a . Substitusikan nilai tersebut pada $xy = b$ sehingga:

$$\left(\frac{a}{2} + z\right)\left(\frac{a}{2} - z\right) = b$$

Dimana

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 - z^2 = b$$

Akibatnya

$$z^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - b$$

Dan

$$z = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$$

Akar negatif diabaikan dan inilah yang biasa digunakan sampai sekarang. Dengan nilai z diketahui maka dapat diperoleh nilai x dan:

$$x = \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$$

$$y = \frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b}$$

Pendekatan ini dapat diilustrasikan dengan contoh yang serupa. Sebuah tulisan kuno pada lempengan dalam koleksi Yale Babilonia menanyakan (dalam angka yang spesifik) mengenai penyelesaian dari persamaan aljabar berikut:

$$x + y = \frac{13}{2} \quad dan \quad xy = \frac{15}{2}$$

Metode Babilonia menjelaskan dengan menyebutkan x dan y sama dengan $\frac{13}{4}$ ditambah atau dikurangi sebuah z, sehingga:

$$x = \frac{13}{4} + z\,, \qquad y = \frac{13}{4} - z$$

Maka persamaan pertama terpenuhi karena

$$x + y = \left(\frac{13}{4} + z\right) + \left(\frac{13}{4} - z\right) = 2\left(\frac{13}{4}\right) = \frac{13}{2}$$

Dan persamaan kedua $xy = \frac{15}{2}$ menjadi

$$\left(\frac{13}{4} + z\right)\left(\frac{13}{4} - z\right) = \frac{15}{2}$$

Akibatnya

$$\frac{169}{16} - z^2 = \frac{15}{2}$$

Atau

$$z^2 = \frac{169}{16} - \frac{15}{2} = \frac{49}{16}$$

Dengan demikian $z = \frac{7}{4}$, dan nilai yang lainnya

$$x = \frac{13}{4} + \frac{7}{4} = 5, \qquad y = \frac{13}{4} - \frac{7}{4} = \frac{3}{2}$$

Gagasan yang sama juga dapat digunakan jika diketahui $x - y$, sebagai gantinya dari $x + y$. Secara analogi, bangsa Babilonia akan memiliki penyelesaian

$$a = x - y, \qquad b = xy$$

Dengan menggunakan

$$x = z + \frac{a}{2} \quad \text{dan} \quad y = z - \frac{a}{2}$$

Sehingga solusi permasalahan ini

$$x = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b} + \frac{a}{2}$$
$$y = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b} - \frac{a}{2}$$

Masalah aljabar yang lebih rumit direduksi dengan berbagai cara dengan sistem pokok:

$$x \pm y = a, \qquad xy = b$$

Dua karakteristik permasalaahan Babilonia

Tipe standar dari masalah Matematika Babilonia berisi sebuah kondisi $xy = b$, namun dengan beragam persamaan yang kedua yang menghasilkan berbagai gambaran dalam x dan y. Ini adalah bukti dari lempengan lainnya yang membutuhkan penyelesaian dalam notasi:

$$xy = 600$$
$$(x + y)^2 + 120(x - y) = 1300,$$

Terlihat jelas jika bangsa Babilonia menyadari identitas $(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$ dengan merubah $(x + y)^2$ menjadi $(x - y)^2 + 2400$. Dengan dibuat substitusi sehingga persamaan kedua menjadi:

$$(x - y)^2 + 120(x - y) = 1300$$

Penerapan dari rumus ini adalah nilai $-y$:

$$x - y = \sqrt{\left(\frac{120}{2}\right)^2 + 1300} - \frac{120}{2}$$
$$= \sqrt{4900} + 60$$
$$= 70 - 60 = 10.$$

Matematika Babilonia dapat digunakan untuk memecahkan masalah

$$x - y = 10, \qquad xy = 600$$

Yang tidak akan memberikan kesulitan. Kenyataanya persamaan ini dapat diselesaikan dengan metode biasa dengan $x = z + 5$ dan $y = z - 5$ sehingga $x = 30$, $y = 20$ (Burton, 2011).

Sejarah Aljabar Arab

Dalam sejarahnya Al-Khawarizmi merupakan orang pertama yang menggunakan kalimat Aljabar dalam matematika. Aljabar kini merupakan ilmu yang populer sampai sekarang dengan nama ini. Bangsa Eropa kemudian menggunakan nama ini dalam istilah mereka. Sehingga Sampai saat ini nama Aljabar dikenal dengan nama Arabnya diseluruh bagian Eropa. Pada bahasa Inggris aljabar disebut *Algebra*, dan dalam bahasa Prancis adalah *Algebre*. Begitu juga dengan frase yang mengacu pada bahasa Eropa seperti sebuah *algorithme/algorism* berdasarkan nama Al-Khawarizmi. Ketika orang-orang mengacu pada angka Arab untuk dipakai. Dengan demikian, Al-Khawarizmi merupakan sosok yang terkenal dengan sebutan Bapak Al-Jabar (Muhtar, 2014).

Aljabar menurut penjelasan tradisional berasal dari bahasa Arab yaitu "*jabr*" yang berarti "settingnya dari tulang yang patah "(dengan demikian," memulihkan "atau" reuni "). Aljabar Arab pada awalnya masih berapa pada tahap retorika primitive, yaitu fase yang ditanda dengan kurangnya matematika symbol, dimana perhitungannnya masih menggunakan kata-kata, bahkan angka masih ditulis dengan kata-kata bukan sebagai simbol(Burton).

Yang paling terkenal dari matematikawan Arab adalah Mohammed ibn Musa al-Khowarizm atau lebih dikenal dengan Al-Khawarizmi (sekitar 780-850). Al-Khawarizmi bukanlah penemu aljabar, melainkan seorang wakil dari sebuah sekolah tua di Persia yang diabadikan metode-metode yang dicetuskannya melalui buku-bukunya, karena tidak ada satupun cabang matematika yang berkembang dan tumbuh hanya melalui satu orang (Burton, 2011).

Beliau dikenal karena karyanya: *Hisab al-Jabr wal Muqbala*, yakni sebuah karya di salah satu bidang Matematika yang menjelaskan cara paling mudah dan paling bermanfaat dari bentuk Aritmatika. dalam karyanya itulah beliau juga memaparkan mengenai dasar-dasar penggunaan alJabar dan sekaligus mempopulerkan istilah tersebut yang sekarang berubah menjadi Aljabar (Kurnia, 2011). Al-khawarizmi dalam bukunya mendefinisikan istilah *jabr* sebagai perpindahan posisi dari satu sisi suatu persamaan ke sisi yang lain untuk menyetarakan persamaan dengan menjumlahkan bilangan dengan kuantitas yang sama pada kedua sisi persamaan (Muqowim, 2012). Sedangkan *muqabalah* diartikan sebagai penyederhanaan dari bentuk persamaan aljabar yang dihasilkan.

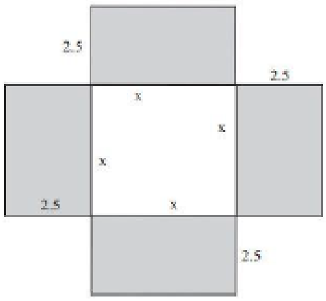
Al-Khawarizmi kemudian menggunakan istilah bilangan kuadrat yang belum diketahui jumlahnya (x^2), akar kuadrat bilangan yang belum diketahui jumlahnya sebanyak suatu bilangan (bx), dan suatu bilangan yang berkedudukan sebagai konstanta dalam persamaan aljabarnya (c). Contoh aljabar misalnya mentransformasikan $x^2 - 12x = 40x - 4x^2$ menjadi $5x^2 - 12x = 40x$. Contoh muqabalah 40 Misalnya dengan mereduksi $50 + 3x + x^2 = 29 + 10x$ menjadi $21 + x^2 = 7x$.

Dalam bukunya Al-Khawarizmi juga memaparkan terhadap penyelesaian suatu persamaan kuadrat dan persamaan linear. kemudian Al-Khawarizmi mengelompokkan persamaan tersebut dalam enam jenis, yakni tiga di antaranya merupakan contoh-contoh persamaan kuadrat dan langkah-langkah penyelesaiannya. Tiga jenis persamaan kuadrat tersebut yakni: 42 (1) *squares and roots equal to numbers* $(x^2 + bx = c)$; (2) *squares and numbers equal to roots* $(x^2 + c = bx)$; dan (3) *roots and numbers equal to squares* $(bx + c = x^2)$ dalam (Asy-Syaimaa' Hussain & Ramli, 2017).

Al-Khawarizmi memecahkan tiga persamaan kuadrat yaitu dengan memakai teknik aljabar dan teknik geometri. Misalnya untuk menentukan penyelesaian dari tipe persamaan berbentuk $(x^2 + c = bx)$. Ditentukan oleh Al-Khawarizmi nilai x dengan cara: (1) menentukan nilai tengah dari b sehingga menjadi $\left(\frac{1}{2}b\right)$; (2) mengkuadratkan nilai dari setengah b sehingga menjadi $(\frac{1}{2}b)^2$; (3) mengurangkan $(\frac{1}{2}b)^2$ dengan konstanta c sehingga menjadi $(\frac{1}{2}b)^2 - c$;(4) menentukan akar kuadrat dari $(\frac{1}{2}b)^2 - c$ sehingga menjadi $\sqrt{(\frac{1}{2}b)^2 - c}$; dan (5) menambahkan atau mengurangkan $\left(\frac{1}{2}b\right)$ yang telah ditemukan sebelumnya dengan $\sqrt{(\frac{1}{2}b)^2 - c}$, sehingga menjadi $\frac{1}{2}b + \sqrt{(\frac{1}{2}b)^2 - c}$ atau $\frac{1}{2}b - \sqrt{(\frac{1}{2}b)^2 - c}$.

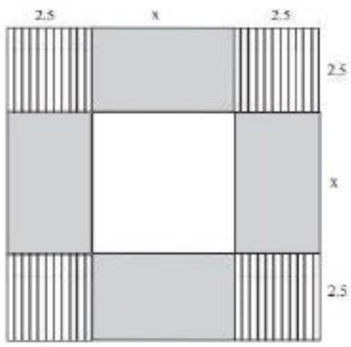
Namun perlu diketahui karena bangsa Arab belum mengenal bilangan negative, maka pada saat itu, penyelesaian yang ditemukan Al-Khawarizmi seluruhnya pasti berakar postif. Dan semua jenis persamaan kuadrat dan langkah-langkahnya oleh Al-Khawarizmi penulisannya masih ditulis dalam bahasa lisan tanpa menggunakan symbol apapun, seperti yang dilakukan oleh bangsa Babylonia (Krantz, 2006).

Dalam menulis langkah-langkah penyelesaian persamaan kuadrat, Al-Khawarizmi menyampaikan alas an untuk menggunakan teknik geometri *cut and paste* seperti bangsa Babylonia. Namun terdapat langkah-langkah dari teknik tersebut yang tidak digunakan. Al-Khawarizmi hanya menggunakan langkah yang memang dianggap perlu untuk digunakan. Misalnya: Untuk menyelesaikan persamaan $x^2 + 10x = 39$ Al-Khawarizmi memisalkan sebuah persegi dengan panjang sisi x, kemudian menambahkan 4 buah persegi panjang yang ekuivalen dengan panjang 2,5 dan lebar x sebagai berikut:



Gambar 1. Persegi dengan Sisi x *dan* Persegi Panjang $2,5 \times x$

Jika pada setiap ujung persegi panjang ditarik ruas garis dengan panjang 2,5, maka akan terbentuk 4 persegi seperti gambar di bawah ini.



Gambar 2. Persegi Baru dengan Sisi $2,5 + 2,5 + x = 5 + x$

Karena diketahui $x^2 + 10x = 39$, maka luas persegi baru dengan sisi $5 + x$ adalah $39 + 4.(2,5)^2 = 39 + 4.(6,25) = 39 + 25 = 64$.

Karena luas persegi baru adalah 64, maka panjang dari sisi perseginya adalah 8 dan nilai $x = 8 - 2,5 - 2,5 = 3$, jadi nilai $x = 3$

Seperti itulah al-Khawarizmi membrikan salah satu metode untuk memecahkan langkah-langkah geometri. Hal lain yang membedakan antara al-Khawarizmi dengan Bangsa Babylonia adalah pernyataan yang ditulisnya. Al-Khawarizmi tidak hanya menentukan panjang dan lebar suatu bangun segi empat, tetapi juga dapat menggunakan soal-soal abstrak. Seperti: *"I have divided ten into two parts, and having multiplied each part by itself, I have put them together, and have added to them the difference of the two parts previously to their multiplication, and the amount of all this is fifty four".* Permasalahan tersebut dinyatakan secara matematis menjadi $(10 - x)^2 + x^2 + (10 - x) - x = 54$ kemudian direduksi menjadi $x^2 + 28 = 11x$ penyelesaian tersebut berdasarkan algoritma yang ditulis oleh Al-Khawarizmi (Victor J, 2006).

Kontribusi Aljabar Babilonia dan Aljabar Arab Berpikir Aljabar

Terdapat banyak hal yang dapat kita perhatikan dari sejarah aljabar Babilonia slaah satunya penggunaan aljabar dalam kehidupan sehari-hari bangsa Babilonia yang tercantum dalam lempengan-lempengan batu. Berbagai penyelesaian masalah dilakukan dengan cara observasi dan bersifat empiris sehingga hasil yang didapatkan tidaklah bersifat abstrak.

Kurang lebih dalam kurun waktu satu abad, waktu yang relatif singkat itu metode yang dikembangkan oleh orang Babilonia dan Masir Kuno telah sampai ke tangan orang-orang Yunani. Hipparchus (2 abad SM) misalnya, ia lebih menyukai pendekatan geometris pendahulu Yunani, namun kemudian ia menggunakan metode dari Mesopotamia dan mengadopsi gaya seksagesimal (Marsigit, 2012). Sehingga perkembangan matematika Babilonia terutama aljabar sangat berpengaruh terhadap perkembangan aljabar masa selanjutnya termasuk perkembangan aljabar pada masa Yunani, India, Arab dan perkembangan aljabar modern.

Metode penyelesaian yang digunakan pada aljabar Babilonia juga dapat diaplikasikan dalam permasalahan saat ini. salah satu contoh permasalahan aljabar saat ini yang dapat diselesaikan dengan metode aljabar Babilonia yaitu:

Selembar kertas karton yang berbentuk empat persegi panjang akan dibikin menjadi sebuah kotak tanpa penutup dengan cara memotong persegi seluas $2 \times 2\, cm^2$ pada setiap sudut persegi panjang tersebut. Panjang bidang alas kotak $4\, cm$ yang lebih besar lebarnya dan volume kotak itu $90\, cm^3$. Maka tentukanlah panjang dan lebar alas kotak tersebut.
Penyelesaian:

Misalkan panjang alas diatas adalah x dan lebar alas adalah y maka $x = y + 4$ atau $y = x - 4$. Karena volume kotaknya diketahui $90\, cm^3$ maka diperoleh $p \times l \times t = 90$ sehingga menghasilkan persamaan:

$$x \times y \times 2 = 90$$
$$x \times y = 45$$
$$x(x - 4) = 45$$
$$x^2 - 4x = 45$$

Persamaan tersebut serupa dengan persamaan $x^2 + ax = b$ sehingga dapat diselesaikan dengan rumus:

$$x = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + b} - \frac{a}{2}$$

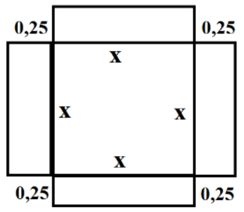
Kemudian subtitusikan

$$x = \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 + 45} - \frac{-4}{2}$$

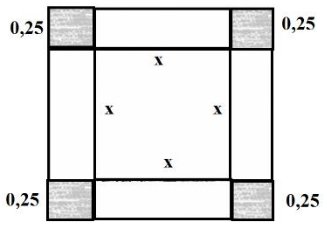
Maka diperoleh $x = 9$ dan nilai $y = 5$
Dengan demikian panjang alas kotak $9\, cm$ dan lebarnya adalah $5\, cm$

Teknik pemecahan masalah yang dilakukan oleh bangsa Babilonia dengan menggunakan data empiris dapat di implementasikan dalam pengajaran matematika saat ini sehingga pengetahuan peserta didik mengenai aljabar tidaklah bersifat abstrak dan peserta didik mempu mengaplikasikan aljabar ini dalam kehidupan sehari-hari. Melalui teknik seperti ini peserta didik dilatih untuk dapat menganalisis pola permasalahan sehingga peserta didik dapat menggali hubungan-hubungan antar variabel dalam permasalahan tersebut dan menyelesaikannya secara matematis. Warren (2000) memaparkan bahwa ketika berpikir aljabar di kelas dasar mengacu pada transisi antara berpikir aritmatika dan berpikir aljabar yang melibatkan: a) mencari, mengenali, menjelaskan, generalisasi, memperluas dan menciptakan pola; b) mencari, mengenali dan merepresentasikan hubungan; c) pemahaman sistem bilangan, bekerja dengan sifat operasi; d) menggunakan variabel dan struktur terbuka untuk merepresentasikan kuantitas dan mengungkapkan hubungan; e) aspek-aspek umum lain seperti membenarkan generalisasi atau kesimpulan, pengujian dugaan, menggunakan berbagai representasi, dan beroperasi pada kuantitas yang tidak diketahui (Sukmawati, 2015).

Berbeda halnya dengan tipe permasalahan yang digunakan pada masa bangsa Arab terutama yang digunakan oleh Al-Khawarizmi yang berkontribusi besar terhadap pendidikan dan kehidupan sekarang serta sering digunaan dalam pembelajaran saat ini, contohnya tipe permasalah tersebut ada pada masalah kehidupan sehari-hari yakni: “kita akan membagikan uang sebanyak satu juta ke sekelompok orang yang yang jumlahnya belum kita ketahui. Kemudian kita menambahkan seseorang pada kelompok tersebut dan membagikan kembali uang satu juta kepada mereka. Jumlah uang yang diterima oleh masing-masing orang setelah ditambahkan orang tersebut adalah 1/6 juta kurangnya daripada jumlah uang yang diterima oleh kelompok orang sebelumnya”. Dan untuk mengetahui jumlah orang yang menerima uang tersebut, kita dapat menuliskan model matematika dalam persamaan: $x^2 + x = 6$ (persamaan tersebut bisa diperoleh melalui perbandingan senilai). Selanjutnya untuk menyelesaikan persamaan tersebut kita dapat menggunakan penyelesaian dengan langkah-langkah yang sistematis dan logis yang biasa digunakan oleh Al-Khawarizmi yaitu dengan menggambarkan empat persegi dengan panjang sisi x dan ditambahkan persegi panjang dengan panjang 0,25 dan lebar x.



Kemudian jika setiap ujungnya dibuat sebuah persegi dengan panjang 0,25 maka akan terbentuk empat persegi seperti gambar berikut



Jika kita perhatikan gambar tersebut, kita akan mengetahui luas persegi diatas yaitu

$$L = x^2 + 4(0{,}25)x + 4(0{,}25)^2$$
$$L = x^2 + x + 0{,}25$$

Atau

$$L = (x + 0{,}5)^2$$

Karena diketahui $x^2 + x = 6$ dan apabila disubstitusikan maka

$$(x + 0{,}5)^2 = 6 + 0{,}25$$
$$(x + 0{,}5) = \sqrt{6{,}25}$$
$$x = 2{,}5 - 0{,}5 = 2$$

sehingga ditemukan penyelesaian $x = 2$ (x hanya yang bernilai positif).

Dalam menyelesaikan permasalahan tersebut setidaknya kita mampu berpikir secara aljabar, dimana kita mampu menerapkan indikator-indikator dalam berpikir aljabar diantaranya dalam penyelesaian masalah tersebut kita mampu menyatakan permasalahan secara simbolis dan selanjutnya merepresentasikan permasalahan ke dalam model matematika, selanjutnya kita mampu menentukan nilai yang tidak diketahui itu dengan cara menyelesaikan persamaan tersebut.

4. KESIMPULAN

Metode penyelesaian aljabar yang dikembangkan oleh bangsa Babilonia dengan menggunakan teknik empiris dapat diimplentasikan dalam melakukan pembelajaran di kelas sehingga diharapkan peserta didik mampu mengkonkretkan penyelesaian yang bersifat abstrak. Begitu pula dengan metode penyelesaian aljabar yang digunakan oleh bangsa Arab yang menggabungkan aljabar dengan geometri dapat dimplementasikan dalam pembelajaran di kelas sehingga peserta didik tidak hanya mengetahui mengenai satu metode yang monoton dan peserta didik dapat memahami dua materi sekaligus yaitu aljabar dan geometri.

Kedua metode tersebut jarang digunakan dalam pembelajaran saat ini namun apabila diterapkan dalam pembelajaran saat ini maka bukan hanya wawasan peserta didik mengenai matematika khususnya mengenai matematikawan muslim dapat berkembang namun kreativitas peserta didik dalam menyelesaikan masalah aljabar juga dapat berkembang. Sehingga kemampuan berpikir aljabar peserta didik juga dapat berkembang dan peserta didik dapat menerapkannya dalam pemecahan masalah saat ini.

REFERENSI

Andriani, P. (2015). Penalaran Aljabar dalam Pembelajaran Matematika. *Jurnal Beta, 8*(1), 1-13.

Asy-Syaimaa' Hussain, L. K., & Ramli, A. F. (2017, Desember). Contributions of Islamic Civilization to the Mathematics Development. *Wawasan: Jurnal Ilmiah Agama dan Sosial Budaya*, 199-208.

Burton, D. M. (2011). *The History of Mathematics : An Introduction.* New York: The McGraw Hill Companies.

Dejic, M., & Mihajlovic, A. M. (2014). History of Mathematics and Teaching Mathematics. *Teaching Innovations, 7*, 15-30.

Krantz, S. G. (2006). *An Episodic History of Mathematics*. St. Louis.

Kurnia, R. A. (2011). Teori Aljabar Alkhawarizmi. *Jurisdictie, Jurnal Hukum dan Syariah,, 2*(2), 160-165.

Marsigit. (2012). Sejarah Dan Filsafat Matematika. *Workshop Guru SMK RSBI*. Yogyakarta: Fakultas Pascasarjana UNY.

Muhtar, F. (2014). Abu Abdullaah Ibn Musa Al-Khawarizmi (Pelopor Matematika dalam Islam). *Jurnal Beta, 7*(2), 82-97.

Muqowim. (2012). *Genealogi Intelektual Saintis Muslim*. Jakarta: Kementerian Agama RI.

Pratiwi, V., Herman, T., & Lidinillah, D. A. (2017). Upper Elementary Grades Students' Algebratic Thinking Ability In Indonesia. *IJAEDU-International E-Journal of Advances in Education, III*(9).

Sukmawati, A. (2015). Berpikir Aljabar dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. *Math Didactic : jurnal Pendidikan Matematika*.

Victor J, K. (2006). *Stages in the History of Algebra with Implications for Teaching Educational Studies in Mathematics*.

Wahyu, K. (2016). Sejarah Matematika : Alternatif Strategi Pembelajaran Matematika. *Jurnal Tadris Matematika*, 89-110.

Warsitasari, W. D. (2015). Berpikir Aljabar dalam Pemecahan Masalah Matematika. *Jurnal APOTEMA, 1*(1), 1-17.