RIDGE-MM SEBAGAI SALAH SATU METODE REGRESI RIDGE YANG ROBUST TERHADAP DATA PENCILAN

Sudartianto[1], Nono Suwarno[2], Ahmad Taofik[3]
JurusanStatistika FMIPA-UNPAD, Fapet UNPAD, Jurusan Agrotek UIN
email : sudartianto@unpad.ac.id; nonosuwarno26@yahoo.com;taofikuin@gmail.com

ABSTRACT

In regression analysis, least squares method used adjuster, which is used to estimate the regression parameters, contains a lot of weaknesses, if there is data in the multikolinieritas especially coupled with the outliers. To overcome these weaknesses ridge-MMregression method is used. Ridge-MM regression method is a modification of the ridge regression method is based on the MM-estimator.

Keywords:*Multicollinearitas, outliers, ridge regression, robust regression*

1. PENDAHULUAN

Analisis regresi merupakan analisis yang mempelajari cara membangun sebuah model fungsional dari data yang digunakan untuk menggambarkan hubungan antara suatu variabel tak bebas dengan satu atau lebih variabel bebas. Dalam membangun sebuah model regresi linier yang baik atau cocok ada beberapa asumsi model regresi linier klasik yang harus dipenuhi, yaitu nilai yang diharapkan dari gangguan (r) adalah nol, non-autokorelasi, homosedastisitas, variabel bebas bersifat non-stokastik, non-multikolinieritas, dan gangguan (r) mengikuti distribusi normal.

Salah satu pelanggaran asumsi model regresi linier klasik adalah adanya multikolinieritas. Pelanggaran asumsi ini disebabkan karena adanya hubungan linier sempurna atau hampir sempurna diantara variabel-variabel bebas dalam satu model regresi. Multikolinieritas sempurna dapat mengakibatkan taksiran parameter regresi dengan menggunakan metode kuadrat terkecil biasa tidak dapat ditentukan dan variansnya tidak terdefinisi. Sedangkan, multikolinieritas hampir sempurna dapat mengakibatkan penaksiran parameter regresi dengan menggunakan metode kuadrat terkecil biasa masih dapat ditentukan, tetapi variansnya semakin membesar seiring dengan meningkatnya multikolinieritas.

Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menanggulangi adanya multikolinieritas adalah metode regresi *ridge*. Akan tetapi, permasalahan yang ada menjadi lebih rumit ketika pencilan dan mutilkolinieritas terdapat pada data yang sama.Metode regresi *ridge* akan menjadi tidak *robust* ketika terdapat data pencilan. Data pencilan yang timbul selalu berpengaruh terhadap penaksiran yang dilakukan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil biasa dan regresi *ridge*. Oleh karena itu, diperlukan suatu metode yang dapat menangani adanya pengaruh dari data pencilan dan multikolinieritas, metode tersebut tidak lain adalahmetode ridge-MM. Metode ini merupakan modifikasi dari metode regresi ridge yang menerapkan estimator MM yang robust terhadap adanya data pencilan.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 MetodeRegresi Ridge

Dalam analisis regresi ganda, metode kuadrat terkecil biasa adalah suatu metode yang sangat popular yang menghasilkan sifat-sifat yang optimal dan mudah perhitungannya. Penaksir β dicari dengan meminimumkan fungsi

$$\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{y}_i - \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})^2 = \sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{r}_i^2 \quad \textbf{(1)}$$

dan estimator dari parameter β dinyatakan oleh

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{OLS}} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y} \quad \textbf{(2)}$$

Metoda ini menghasilkan penaksir yang tak bias dan bervariansi minimum di antara semu apenaksir linier tak bias asalkan kekeliruannya berdistribusi bebas, normal dan identik. Akan tetapi dengan adanya multikolinieritas maka penaksirnya masih tetap tak bias, akan tetapi sudah tidak effisien lagi, karena variansinya sangat besar. Besarnya nilai variansi yang disebabkan multikolinieritas akan sangat membahayakan penggunaan regresi sebagai dasar untuk pengujian hipotesis, penaksiran dan peramalan. Sebagai alternative dari penggunaan OLS, kita bias menggunakan metode regresi ridge karena dengan metode ini bias memperbaiki presisi dari koefisien regresi. Metode regresi ridge pertama kali dikemukakan oleh Hoerl [1962] dan kemudian diperluas lebih lanjut oleh Hoerl dan Kennard [1970a].

Penaksir koefisien regresi ridge dinyatakan sebagai

$$\hat{\beta}_{\text{RIDGE}} = (X'X + kI)^{-1}X'Y \quad (3)$$

Dimana I adalah matrik sidentitas (p x p) dan **k** konstanta.

Secara praktis nilai optimal dari **k** tidak diketahui. Berbagai metode dalam menentukan **k** sudah muncul dalam banyak literature seperti yang dikemukakan oleh Hoerldan Kennard [1970b] dan Gibbons [1981]. Penaksir**k** dikemukakan oleh Hoerl*et al* [1975] diberikan oleh

$$k_{HKB} = \frac{p s^2_{OLS}}{\hat{\beta}^T_{OLS}\hat{\beta}_{OLS}} \quad (4)$$

dimana

$$s^2_{OLS} = \frac{(Y - X\hat{\beta}_{OLS})'(Y - X\hat{\beta}_{LS})}{n-p} \quad (5)$$

Bila **k = 0,** $\hat{\beta}_{\text{RIDGE}} = \hat{\beta}_{\text{OLS}}$, bila **k > 0,** $\hat{\beta}_{\text{RIDGE}}$ adalah penaksir yang bias akan tetapi lebih stabil dan lebih tepat daripada penaksir OLS dan bila **k** $\rightarrow \infty$,

$\hat{\beta}_{\text{RIDGE}} \rightarrow \mathbf{0}$.Hoerldan Kennard [1970a] sudah menunjukkan bahwa nilai **k** akan selalu ada untuk **k> 0** di mana $MSE_{\hat{\beta}_{RIDGE}}$ lebih kecil daripada $MSE_{\hat{\beta}_{OLS}}$.

2.1 Penaksir Regresi Robust

2.2.1 Penaksiran Parameter Regresi dengan Metode MM-*Estimator*

MM-*estimator* pertama kali diperkenalkan oleh Yohai [1985]. MM-*estimator* merupakan metode penaksir *robust* yang dapat mencapai nilai maksimum *breakdown* dan efisiensi yang tinggi metode ini merupakan metode yang terbaik dibandingkan dengan metode Least Absolute values (LAV), Least edian Squares (LMS), Least Trimmed Squares (LTS) dan penaksir-M menurut Midi danZahari [2007]. Langkah-langkah penaksiran parameter regresi dengan metode MM-*estimator* adalah sebagai berikut :

2.2.2 Penaksiran Parameter Regresi Awal dengan Metode *Least Trimmed Square*

Least trimmed square merupakan metode yang dikembangkan oleh Rousseeuw dan Leroy[1987]. Prosedur dari metode ini adalah meminimumkan $\sum_{i=1}^{h} r_i^2$

dari $\binom{n}{h}$ kombinasi data dengan tiap kombinasi terdiri dari h pengamatan. Langkah-langkah dalam melakukan penaksiran parameter regresi dengan metode *least trimmed square* adalah sebagai berikut :

- Tentukan nilai h dengan menggunakan rumus

$$h = \left[\frac{3n + p + 1}{4} \right]$$

- Buat subset data sebanyak $\binom{n}{h}$
- Hitung nilai taksiran koefisien regresi dari tiap subset yang terbentukdengan menggunakan metode kuadrat terkecil biasa.
- Hitung jumlah kuadrat residu dari masing-masing subset.
- Taksir model regresi dengan jumlah kuadrat residu terkecil adalah yang cocok dengan data.

2.2.3 Penaksiran Parameter Regresi dengan Metode M-*estimator*

M-*estimator* pertama kali diperkenalkan oleh Huber[1964]. Prosedur dari M-*estimator* adalah meminimumkan fungsi residual, yaitu $\min \sum_{i=1}^{n} \rho(r_i)$. Langkah-langkah dalam melakukan penaksiran parameter regresi dengan metode M-*estimator* adalah sebagai berikut :

- Hitung nilai taksiran skala residual M-*estimator* dengan menggunakan rumus :

$$S = \frac{1}{0.6745} median \left| r_i(\hat{\beta}_{LTS}) - median\left(r_i(\hat{\beta}_{LTS}) \right) \right| \quad \dots \quad \textbf{(6)}$$

dengan

$r_i(\hat{\beta}_{LTS}) = Y_i - \mathbf{X}_i^{'}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LTS}$; i = 1, 2, ..., n
.

- Hitung nilai elemen-elemen w_{ii} pada matriks diagonal bobot **W**dengan menggunakan rumus sebagai berikut :

$$w_{ii} = \begin{cases} \dfrac{\psi[(Y_i - \mathbf{X}_i^{'}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{LTS}})/S]}{(Y_i - \mathbf{X}_i^{'}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{LTS}})/S} & ;\ \text{if } Y_i \neq \mathbf{X}_i^{1}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{LTS}} \\ 1 & ;\ \text{if } Y_i = \mathbf{X}_i^{1}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{LTS}} \end{cases} \quad \textbf{(7)}$$

dengan ψ adalah fungsi pengaruh. Fungsi ψ yang akan digunakan adalah tipe fungsi ψ bisquare sebagai berikut :

$$\psi(z) = \begin{cases} z(1-(z/c)^2)^2 & ;\ |z| \le c \\ 0 & ;\ |z| > c \end{cases} \quad \textbf{(8)}$$

dengan $z = (Y_i - \mathbf{X}_i^{'}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{LTS}})/S$; c = 4.685S. c adalah konstanta *tunning* S adalah taksiran skala residu M-*estimator*..

- Taksiran Parameter Regresi MM-*estimator* dapat diperoleh dengan menggunakan rumus :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{MM}} = (\mathbf{X'WX})^{-1}\mathbf{X'Wy} \quad \textbf{(9)}$$

- Hitung varians residu MM-*estimator* dengan menggunakan rumus :

$$S_{MM}^{2} = \frac{(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{MM}})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{MM}})}{n-p} \quad \textbf{(10)}$$

dengan $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{MM}}$ adalah taksiran parameter regresi dengan menggunakan metode MM-*estimator* dan p adalah banyaknya parameter regresi.

2.2.4 Regresi*Ridge*-MM

Pada metode *ridge*-MM prosedur perhitungan yang harus dilakukan tidak jauh berbeda dengan prosedur perhitungan yang dilakukan dengan menggunakan regresi *ridge* biasa. Perbedaan prosedur perhitungan antara *ridge*-MM dengan regresi *ridge* hanya terletak pada rumus dalam menentukan nilai tetapan k. Langkah-langkah dalam melakukan penaksiran parameter regresi dengan regresi *ridge*-MM adalah sebagai berikut :

- Penentuan nilai tetapan k pada *ridge*-MM adalah dengan menggunakan rumus :

$$k = \frac{pS_{MM}^{2}}{\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{MM}}'\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{MM}}} \quad \textbf{(11)}$$

dengan p adalah banyaknya parameter regresi.

- Penaksir *ridge*-MM didefinisikan sebagai berikut :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{RMM}} = (\mathbf{X'X} + k\mathbf{I})^{-1}\mathbf{X'y} \quad \textbf{(12)}$$

dengan k adalah konstanta positif.

3. PENERAPAN

3.1 Data

Data yang akan dianalisis disini adalah data sekunder mengenai data pengukuran komponen indikator Indeks Pembangunan Manusia (IPM), yang meliputi Angka Harapan Hidup (AHH), Angka Melek Huruf (AMH), dan Rata-rata Lama Sekolah (RLS). Data diambil secara acak sederhana sebanyak 30 Kabupaten/

Kota di Indonesia. Data ini sepenuhnya menggunakan konsep dan definisi dari variabel pengamatan yang dipakai oleh BPS.

3.2 Penaksiran Parameter Regresi dengan Metode Kuadrat Terkecil Biasa untuk Data yang sudah distandardisasi

Pada tahap awal ini digunakan rumus (2) sehingga diperoleh nilai penaksir $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, sebagai berikut :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix} 0.2151 \\ 0.6965 \\ 0.1373 \end{bmatrix}$$

sehingga model regresi taksirannya adalah sebagai berikut :

$$\hat{Y}^* = 0.2151X_1^* + 0.6965\,X_2^* + 0.1373X_3^* \quad \textbf{(13)}$$

Dengan mentransformasikan kembali pada setiap variabel asal, maka diperoleh taksiran model regresi metode kuadrat terkecil biasa adalah sebagai berikut:

$$\hat{Y} = -7.94 + 0.6943\,X_1 + 0.2995\,X_2 + 0.4813\,X_3 \quad \textbf{(14)}$$

Berdasarkan taksiran model regresi linier multipel (14) dapat diperoleh nilai residu r_i dengan $r_i = Y_i - \hat{Y}_i$ adalah sebagai berikut :

Tabel Nilai Residu
Metode Kuadrat Terkecil Biasa

No	r_i	No	r_i
1	-0.2599	**16**	-0.0550
2	-0.0347	**17**	0.0434
3	-0.0348	**18**	0.0881
4	0.1168	**19**	-0.0803
5	-0.0205	**20**	0.0399
6	-0.0645	**21**	0.0594
7	-0.0304	**22**	-0.0458
8	0.0016	**23**	0.0073
9	0.1091	**24**	0.0739
10	-0.0608	**25**	0.0788
11	0.0837	**26**	0.0554
12	-0.0136	**27**	-0.0414
13	0.0647	**28**	-0.0547
14	-0.0549	**29**	-0.0621
15	0.0907	**30**	0.0007

Berdasarkan hasil penaksiran model regresi dengan menggunakan metode kuadrat terkecil biasa diatas dapat diperoleh nilai residu seperti pada tabel di atas. Nilai residu ini selanjutnya akan digunakan untuk melakukan proses pengidentifikasian terhadap pencilan dan multikolinieritas.

3.3 Pengidentifikasian Pencilan dan Multikolinieritas

3.3.1 Pencilan

Pendeteksian pencilan dilakukan dengan menghitung nilai *Internal Studentized* Residual, *Deleted Studentized* Residual, *Leverage*, *Cook's Distance*, dan DFIT sehingga diperoleh hasil sebagai berikut :

Tabel Nilai SRES, TRES, HI, COOK, dan DFIT

No	SRES	TRES	HI	COOK	DFIT
1	**-3.24412**	**-4.12328**	0.057271	0.159840	-1.01629
2	-0.45484	-0.44780	0.143656	0.008676	-0.18341
3	-0.45874	-0.45167	0.154819	0.009637	-0.19331
4	1.53496	1.57837	0.149227	0.103316	0.66104
5	-0.27113	-0.26624	0.162863	0.003575	-0.11743
6	-0.87327	-0.86915	0.198669	0.047267	-0.43277
7	-0.40447	-0.39787	0.171594	0.008472	-0.18108
8	0.02292	0.02247	**0.327058**	0.000064	0.01567
9	1.56899	1.61697	**0.289935**	0.251294	**1.03325**
10	-0.82610	-0.82090	0.203714	0.043647	-0.41521
11	1.09861	1.10318	0.147701	0.052290	0.45924
12	-0.18615	-0.18265	0.215786	0.002384	-0.09581
13	0.80852	0.80298	0.060599	0.010542	0.20394
14	-0.73335	-0.72667	0.175487	0.028616	-0.33524
15	1.15347	1.16117	0.092078	0.033734	0.36979
16	-0.69873	-0.69168	0.089601	0.012013	-0.21699
17	0.60099	0.59346	**0.234044**	0.027592	0.32805
18	1.09577	1.10020	0.050082	0.015826	0.25262
19	-1.00045	-1.00047	0.052754	0.013936	-0.23610
20	0.50166	0.49431	0.069911	0.004729	0.13552
21	0.75211	0.74566	0.083766	0.012929	0.22546
22	-0.58123	-0.57368	0.089706	0.008323	-0.18009
23	0.09206	0.09029	0.069985	0.000159	0.02477
24	0.93769	0.93544	0.088782	0.021417	0.29199
25	1.01815	1.01889	0.120679	0.035567	0.37746
26	0.69159	0.68448	0.058350	0.007409	0.17039
27	-0.51874	-0.51132	0.064162	0.004612	-0.13389
28	-0.68784	-0.68070	0.072430	0.009236	-0.19021
29	-0.78389	-0.77792	0.078689	0.013121	-0.22735
30	0.01011	0.00991	0.226604	0.000007	0.00536

Telah dijelaskan sebelumnya bahwa suatu pengamatan dikatakan pencilan jika memenuhi beberapa ketentuan, yaitu sebagai berikut :

- SRES ≥ 2 atau SRES < -2
- TRES $\geq t_{(\alpha/2;n-(p+1)-1)}$ atau TRES $< -t_{(\alpha/2;n-(p+1)-1)}$; dengan $t_{(0.025;25)} = 2.06$
- HI $> (2(p+1)-1)/n$; dengan $(2(p+1)-1)/n = 0.2333$
- COOK $> F_{(\alpha;(p+1),n-(p+1))}$; dengan $F_{(0.05;4,26)} = 2.74$

- DFIT $> 2\sqrt{\frac{p+1}{n}}$; dengan $2\sqrt{\frac{p+1}{n}} = 0.7303$

Berdasarkan hasil perhitungan diatas dapat dilihat bahwa terdapat beberapa pengamatan yang dideteksi sebagai pencilan, yaitu pengamatan ke-1, 8, 9, dan 17. Pengamatan ke-1 dideteksi sebagai *outlier*, yaitu pengamatan yang memiliki *studentized* residual yang besar pada sekumpulan data. Pengamatan ke-8, 9, dan 17 dideteksi sebagai *leverage value*, yaitu pengamatan yang memiliki nilai-nilai X_i dan Y_i yang agak jauh dari data yang lain. Selain itu, pengamatan ke-9 juga dideteksi sebagai pengamatan berpengaruh, yaitu pengamatan yang mempengaruhi model regresi. Pengamatan berpengaruh dapat membuat model regresi dengan metode kuadrat terkecil biasa menyimpang dari pola sebagian besar data.

3.3.2 Multikolinieritas

Pada tahap ini multikolinieritas dideteksi dengan menghitung nilai bilangan kondisi. Dari perhitungan diperoleh hasil eigen sebagai berikut :

Tabel Nilai Eigen dari Matriks X'X

	Nilai Eigen
λ_1	2.6633
λ_2	0.3159
λ_3	0.0208

Berdasarkan hasil perhitungan nilai eigen diatas didapat nilai bilangan kondisi sebesar 128.1665. Oleh karena itu, dapat diketahui bahwa terdapat pelanggaran asumsi regresi linier klasik, yakni multikolinearitas. Ini artinya bahwa terdapat hubungan linier di antara variabel bebas.

Dengan adanya pelanggaran asumsi model regresi linier klasik, yaitu multikolinearitas yang diikuti adanya pencilan, maka penaksiran parameter regresi tidak dapat dilakukan dengan metode kuadra terkecil biasa ataupun metode regresi *ridge* karena taksiran model yang diperoleh akan terpengaruhi oleh adanya pencilan. Oleh karena itu, penaksiran parameter regresi dilakukan dengan metode *ridge*-MM.

3.4 Penaksiran Parameter Regresidengan Metode MM-*estimator*

Telah dijelaskan bahwa penaksiran parameter regresi dengan metode MM-*estimator* dilakukan dengan beberapa langkah, yaitu sebagai berikut :

3.4.1 Penaksiran Parameter Regresi Awal dengan Metode *Least Trimmed Square*

Pada tahap ini hal pertama yang harus dilakukan adalah menentukan banyaknya subset yang terbentuk dan menentukan banyaknya pengamatan untuk setiap subset yang terbentuk. Dari perhitungan diperoleh hasil bahwa banyaknya subset yang terbentuk adalah sebanyak 2035800 dan setiap subset terdiri dari 23 pengamatan.

Dengan menggunakan *software* diperoleh taksiran parameter regresi awal dengan nilai jumlah kuadrat residu sebesar 0.1222 adalah sebagai berikut :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{LTS} = \begin{bmatrix} 0.1957 \\ 0.6518 \\ 0.2180 \end{bmatrix}$$

3.4.2 Penaksiran Parameter Regresi dengan Metode M-*Estimator*

Pada tahap ini langkah pertama yang harus dilakukan adalah menghitung taksiran skala residual untuk M-*estimator*. Dengan menggunakan rumus (6) diperoleh nilai taksiran skala residual untuk M-*estimator* adalah sebesar0.0678. Kemudian dilakukan penaksiran parameter regresi dengan menggunakan rumus (9) dengan matriks diagonal **W** pada rumus (7) dan (8) sehingga diperoleh nilai elemen-elemennya (**w_{ii}**) adalah sebagai berikut :

Tabel Nilai Elemen-elemen Matriks Diagonal W

No	w_{ii}
1	0.0000
2	0.9988

No	w_{ii}
16	0.0000
17	0.0000

3	0.9999		**18**	0.0000
4	0.0000		**19**	0.0000
5	0.9784		**20**	0.0000
6	0.2751		**21**	0.0000
7	0.6348		**22**	0.0000
8	0.9991		**23**	0.3430
9	0.0000		**24**	0.0000
10	0.0000		**25**	0.0000
11	0.0000		**26**	0.0000
12	0.7439		**27**	0.0000
13	0.0000		**28**	0.0000
14	0.0000		**29**	0.0000
15	0.0000		**30**	0.0000

Berdasarkan hasil perhitungan diatas dapat diperoleh nilai taksiran parameter regresi MM-*estimator* dengan menggunakan *software* adalah sebagai berikut :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{MM} = \begin{bmatrix} 0.1986 \\ 0.6535 \\ 0.2150 \end{bmatrix}$$

Selain itu, dapat diperoleh juga nilai varians residu MM-*estimator* dengan menggunakan rumus (10), yaitu sebesar 0.0075.

3.4.3 Penaksiran Parameter Regresi dengan Metode *Ridge*-MM

Pada tahap ini hal pertama yang harus ditentukan adalah besarnya nilai *k*. Dengan menggunakan rumus (11) diperoleh besarnya nilai *k* sebesar 0.0585.

Berdasarkan nilai *k* = 0.0585 dapat diperoleh nilai $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{RMM}}$ dengan menggunakan rumus (12), yaitu sebagai berikut :

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{RMM} = \begin{bmatrix} 0.2093 \\ 0.6763 \\ 0.1612 \end{bmatrix}$$

sehingga diperoleh taksiran model regresi *ridge*-MM adalah sebagai berikut :

$$\hat{Y}^* = 0.2093X_1^* + 0.6763X_2^* + 0.1612X_3^* \quad (15)$$

Dengan mentransformasikan kembali pada setiap variabel asal, maka diperoleh taksiran model regresi *ridge*-MM adalah sebagai berikut:

$$\hat{Y} = -1.8432 + 0.6755X_1 + 0.2908X_2 + 0.5651X_3 \quad (16)$$

Persamaan tersebut dapat diartikan sebagai berikut:

1. Rata-rata indeks pembangunan manusia akan berkurang 1.8432 apabila angka harapan hidup, angka melek huruf, dan rata-rata lama sekolah bernilai nol.
2. Jika setiap angka harapan hidup bertambah 1 tahun dengan menganggap angka melek huruf dan rata-rata lama sekolah bernilai konstan, maka indeks pembangunan manusia akan meningkat sebesar 0.6755.
3. Jika setiap angka melek huruf bertambah 1 % dengan menganggap angka harapan hidup dan rata-rata lama sekolah bernilai konstan, maka indeks pembangunan manusia akan meningkat sebesar 0.2908.
4. Jika setiap rata-rata lama sekolah bertambah 1 tahun dengan menganggap angka harapan hidup dan angka melek huruf bernilai konstan, maka indeks pembangunan manusia akan meningkat sebesar 0.5651.

Berdasarkan hasil taksiran model regresi (15) dapat diperoleh nilai koefisien determinasi sebesar 99.28%,artinya bahwa sebanyak 99,28% variabel indeks pembangunan manusia dapat dijelaskan oleh variabel angka harapan hidup, angka melek huruf, dan rata-rata lama sekolah. Sedangkan sisanya sebesar 0.72% dijelaskan oleh variabel lain.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan yang telah dilakukan dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Setelah dilakukan pendeteksian terhadap pencilan dan mulitkolinieritas pada data ternyata terdapat multikolinieritas yang diikuti adanya pencilan sehingga metode penaksiran parameter regresi yang digunakan adalah metode *ridge*-MM.

2. Metode *ridge*-MM digunakan untuk mengatasi adanya multikolinieritas tidak sempurna dan pencilan yang merupakan pengamatan berpengaruh.
3. Model taksiran regresi *ridge*-MM yang diperoleh adalah sebagai berikut :

$$\hat{Y} = -1.8432 + 0.6755X_1 + 0.2908X_2 + 0.5651X_3$$

Persamaan tersebut dapat diartikan sebagai berikut:

a. Rata-rata indeks pembangunan manusia akan berkurang 1.8432 apabila angka harapan hidup, angka melek huruf, dan rata-rata lama sekolah bernilai nol.
b. Jika setiap angka harapan hidup bertambah 1 tahun dengan menganggap angka melek huruf dan rata-rata lama sekolah bernilai konstan, maka indeks pembangunan manusia akan meningkat sebesar 0.6755.
c. Jika setiap angka melek huruf bertambah 1 % dengan menganggap angka harapan hidup dan rata-rata lama sekolah bernilai konstan, maka indeks pembangunan manusia akan meningkat sebesar 0.2908.
d. Jika setiap rata-rata lama sekolah bertambah 1 tahun dengan menganggap angka harapan hidup dan angka melek huruf bernilai konstan, maka indeks pembangunan manusia akan meningkat sebesar 0.5651.

DAFTAR PUSTAKA

Gibbons, D. (1981). A Simulation Study of Some Ridge Estimators. *Journal of American Statistical Association.*76: 131-139.

Hoerl, A. E. (1962). Application of Ridge Analysis to Regression Problems. *Chemical Engineering Progress.*58: 54-59.

Hoerl, A. E. and R. W. Kennard.(1970a). Ridge Regression: Iterative Estimation of the Biasing Parameter.*Communications in Statistics: A. Theory Methods*. 5: 77-88.

Hoerl, A. E. and R. W. Kennard.(1970b). Ridge Regression: Applications to Nonorthogonal Problems.*Technometrics.*12: 69-82.

Hoerl, A. E. and K. F. Baldwin.(1975). Ridge Regression: Some Simulations. *Communications in Statistics.*4: 104-123.

Hoerl, A. E., R. W. Kennard and K. F. Baldwin.(1975). Ridge Regression: Some Simulation *Commun.Stat.* 4:104-123.

Huber, P. J. (1973). Robust Regression:Asymtotics. Conjectures and Monte Carlo. *The Annals of Statistics.*1: 799-821.

Rousseeuw, P. J. and A. M. Leroy.(1987). *Robust Regression and Outlier Detection.*New York: John Wiley Sons.

Yohai, V.J.(1985). High Breakdown-Pointand High Efficiency Robust Estimates for Regression.*TheAnnals of Statistics.*15 (20): 642-656.

Midi, H. dan Zahari, M. 2007. *A Simulation Study on Ridge Regression Estimators in The Presence of Outliers and Multicolinierity*. Universiti Teknologi Malaysia.

Midi, H., Nurulhuda F.M.A., dan Ismail, N.F. 2006. *The Performance of Clustering Approach with Robust MM-Estimator forMultiple Outlier Detection in Linear Regression*. Universiti Teknologi Malaysia.

Montgomery, Douglas C. dan Elizabeth A. Peck. 1992.

Introduction to Linier Regression Analysis. Penerbit : John Wiley & Sons, Inc.Canada.

Sen, Ashish dan Muni Srivastava. 1990. *Regression Analysis : Theory, Method, and Applications*. Penerbit : Springer-Verlag. New York.

Soemartini. 2007. Pencilan (*Outlier*). Universitas Padjadjaran.

Soemartini. 2008. *Penyelesaian Multikolinieritas melalui Metode Ridge Regression*. Universitas Padjadjaran.