ISSN 1979-8911

PROYEKSI POPULASI PENDUDUK KOTA BANDUNG MENGGUNAKAN MODEL PERTUMBUHAN POPULASI VERHULST DENGAN MEMVARIASIKAN INTERVAL PENGAMBILAN SAMPEL

Diny Zulkarnaen
Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi

dinyzul@gmail.com

ABSTRAK

Bandung merupakan kota metropolitan terbesar ketiga setelah Jakarta dan Surabaya, dengan kepadatan penduduknya sebesar 14.634 Jiwa/km^2. Padatnya penduduk kota Bandung tentu akan semakin banyak menuai berbagai permasalahan yang berkaitan erat dengan kesejahteraan, antara lain penyediaan sandang, pangan dan papan, lapangan pekerjaan, masalah ekonomi, lingkungan, pendidikan, kesehatan, dan sebagainya. Maka dari itu pemerintah kota Bandung perlu melakukan antisipasi dalam menyeimbangkan kebutuhan masyarakat. Antisipasi jangka panjang dapat dilakukan dengan melakukan proyeksi jumlah penduduk kota Bandung. Proyeksi penduduk kota Bandung dapat dilakukan melalui pemodelan secara matematis menggunakan model verhulst. Sebelumnya Augustus Wali telah melakukan proyeksi populasi penduduk di Negara Rwanda dengan mengambil sampel jumlah populasi penduduk pada tiga tahun lampau secara berturut-turut atau interval satu tahun. Cara pengambilan sampel data pada interval ini penulis anggap kurang tepat, karena data yang diambil tidak merepresentasikan kondisi keseluruhan pertumbuhan suatu daerah. Maka dari itu dilakukan penelitian lebih lanjut dengan melakukan variasi interval pengambilan data dengan maksud mencari aproksimasi yang terbaik yakni dilihat dari galat yang dihasilkan. Galat tersebut diperoleh menggunakan perhitungan *Mean Absolute Percentage Error* atau MAPE. Interval yang memiliki galat terkecil dapat digunakan untuk melakukan proyeksi penduduk kota Bandung

Kata Kunci : Proyeksi penduduk, Model Verhulst, MAPE

1. PENDAHULUAN

Permasalahan penduduk merupakan masalah yang cukup serius yang harus dihadapi oleh setiap negara, terutama bagi negara berkembang maupun negara yang dikategorikan sebagai negara tertinggal. Sebagai contoh negara-negara di Afrika Barat yang merupakan kategori negara miskin yang memiliki rata-rata laju pertumbuhan penduduk pertahunnya sebesar 2,6 %, padahal laju pertumbuhan penduduk idealnya berada pada level dibawah 1%, sedangkan di negara-negara maju level pertumbuhan penduduk pada umumnya berada di bawah 1%. Di Indonesia sendiri, yang

ISSN 1979-8911

termasuk dalam kategori Negara berkembang, pertumbuhan penduduknya tidak terlalu tinggi bahkan cenderung menurun. Namun akan lebih baik lagi apabila persentase pertumbuhannya berada pada level dibawah 1%.

Berdasarkan hasil sensus penduduk tahun 2012, Bandung yang juga merupakan ibukota provinsi jawa barat, memiliki jumlah penduduk sebesar 2,46 Juta dengan luas 168,23 km^2, artinya kepadatan penduduk di kota Bandung sebesar 14.634 Jiwa/km^2 [3], sedangkan laju pertumbuhan penduduk kota Bandung berdasarkan sensus tahun 2000-2010 sebesar 1,16%. Dengan angka kepadatan dan laju pertumbuhan kota Bandung tersebut bukan tidak mungkin akan menyebabkan banyak sekali permasalahan seperti kemacetan, kesenjangan sosial, imigrasi besar-besaran, dan sebagainya.

Dengan masalah-masalah yang diungkapkan diatas, maka pemerintah, khususnya pemerintah kota Bandung perlu bersiap-siaga, memenuhi kebutuhan warga negaranya sebagai bentuk pemerintah yang bertanggung jawab. Tentu saja besarnya usaha yang dilakukan pemerintah berdasarkan data dan informasi (salah satunya) mengenai tingkat pertumbuhan beberapa tahun terakhir. Dengan mengetahui tingkat pertumbuhan penduduk kota Bandung pada tahun-tahun ke belakang, pemerintah kota dapat melakukan antisipasi. Akan tetapi antisipasi tersebut hanya berlaku untuk beberapa tahun kedepan atau dalam jangka pendek. Akan lebih baik lagi apabila usaha maupun antisipasi dilakukan dalam jangka panjang dengan melakukan proyeksi jumlah penduduk hingga beberapa tahun kedepan, karena masalah ini bukan masalah kecil, melainkan berkaitan dengan kesejahteraan seluruh penduduk kota Bandung.

Proyeksi penduduk kota Bandung dapat dilakukan melalui pemodelan secara matematis. Pemodelan matematika disini digunakan untuk memperkirakan jumlah penduduk, mengetahui angka pertumbuhan penduduk, dan mengetahui batasan jumlah penduduk maksimum. Data yang digunakan untuk melakukan proyeksi adalah jumlah populasi penduduk pada tahun-tahun yang lampau untuk memperoleh solusi berupa jumlah penduduk untuk setiap waktu (tahun). Banyaknya data tersebut cukup sebanyak tiga tahun tetapi secara berurutan, misalnya data penduduk yang

ISSN 1979-8911

digunakan adalah tahun 1990,1991, dan 1992. Selanjutnya dilakukan verifikasi terhadap solusi model tersebut dengan mencari galat yang terjadi antara aproksimasi (solusi) model dengan data sebenarnya. Galat tersebut diperoleh menggunakan perhitungan *Mean Absolute Persentage Error* atau disingkat MAPE [5]. Apabila galat yang dihasilkan cukup besar, maka kemungkinan penyebabnya adalah model matematika yang dibentuk kurang tepat, ataupun ketidaktepatan dalam pengambilan sampel data. Namun jika galat yang dihasilkan kecil, maka model yang telah dibentuk tersebut sangat tepat dapat digunakan untuk melakukan proyeksi populasi penduduk.

2. MODEL PERTUMBUHAN VERHULST

Model ini, yang juga biasa disebut sebagai model logistic, merupakan penyempurnaan dari model eksponensial dan pertama kali diperkenalkan oleh Pierre Verhulst pada tahun 1838 [1]. Model pertumbuhan eksponensial mengasumsikan sumberdaya yang tidak terbatas, dimana model ini merupakan kasus yang tidak pernah ditemukan di dunia nyata. Oleh karena setiap populasi tumbuh dan tumbuh sehingga jumlahnya semakin besar, peningkatan kepadatan populasi bisa mempengaruhi kemampuan individu untuk mengambil sumberdaya yang mencukupi untuk pemeliharaan, pertumbuhan, dan reproduksi. Populasi hidup dari sumberdaya yang sangat terbatas, dan ketika populasi menjadi semakin padat, masing-masing individu hanya akan mendapatkan sebagian kecil dari sumberdaya yang semakin lama semakin habis. Jadi dapat dikatakan bahwa pasti terdapat suatu batasan dari jumlah individu yang dapat menempati suatu habitat. Para ahli ekologi mendefinisikan daya tampung (*carrying capacity*) sebagai ukuran populasi maksimum yang dapat ditampung oleh suatu lingkungan tertentu tanpa ada pertambahan atau penurunan ukuran populasi selama periode waktu yang relatif lama.

Kepadatan dan keterbatasan sumberdaya dapat mempunyai dampak yang besar pada laju pertumbuhan populasi. Jika individu tidak mendapatkan sumberdaya yang mencukupi untuk bereproduksi, angka kelahiran per kapita akan menurun. Jika mereka tidak memperoleh cukup energi untuk mempertahankan diri mereka sendiri, angka kematian per kapita akan

 ISSN 1979-8911

meningkat. Suatu penurunan dalam angka kelahiran tahunan per kapita atau suatu peningkatan dalam angka kematian tahunan per kapita akan mengakibatkan laju pertumbuhan populasi yang lebih kecil.

Model ini memasukkan batas untuk populasinya sehingga jumlah populasi dengan model ini tidak akan tumbuh secara tak terhingga. Laju pertumbuhan penduduk akan terbatas akan ketersediaan makanan, tempat tinggal, dan sumber hidup lainnya. Dengan asumsi tersebut, jumlah populasi dengan model ini akan selalu terbatas pada suatu nilai tertentu. Pada masa tertentu jumlah populasi akan mendekati titik kesetimbangan (*equilibrium*), pada titik ini jumlah kelahiran dan kematian dianggap sama.

Verhulst menunjukkan bahwa pertumbuhan populasi tidak hanya bergantung pada ukuran populasi tetapi juga pada sejauh mana ukuran ini dari batas atasnya seperti daya tampung. Dia memodifikasi model Malthus (eksponensial) untuk membuat ukuran populasi sesuai baik untuk populasi sebelumnya dengan syarat $\frac{a-bN}{a}$, dimana a dan b disebut koefisien vital dari populasi [4].

Suatu model logistik diawali dengan model pertumbuhan eksponensial dan menciptakan suatu ekspresi yang mengurangi nilai a ketika N meningkat. Jika ukuran populasi maksimum yang dapat dipertahankan adalah $\frac{a}{b}$, maka $\left(\frac{a}{b}-N\right)$ akan memberikan petunjuk berapa banyak individu tambahan yang dapat ditampung oleh lingkungan tersebut, dan $\left(\frac{\frac{a}{b}-N}{\frac{a}{b}}=\frac{a-bN}{a}\right)$ memberikan petunjuk berapa fraksi $\frac{a}{b}$ yang masih tersedia untuk pertumbuhan populasi.

Persamaan yang telah dimodifikasi menggunakan syarat baru adalah :

$$\frac{dN}{dt}=aN\left(\frac{a-bN}{a}\right)=\frac{a^2N-abN^2}{a}=aN-bN^2$$

$$\frac{dN}{dt}=aN-bN^2 \qquad (1)$$

dengan

a : Laju pertumbuhan intrinsik

b : Pengaruh dari peningkatan kepadatan populasi

$\frac{a}{b}$: *Carrying capacity*

N : Jumlah populasi

ISSN 1979-8911

3. SOLUSI EKSPLISIT MODEL VERHULST

Solusi eksplisit persamaan logistik Verhulst dapat diperoleh jika model persamaan tersebut merupakan persamaan terpisah. Jadi dari persamaan (1) dapat dilakukan pemisahan variable menjadi

$$\frac{dN}{aN-bN^2} = dt \qquad (2)$$

Kemudian dilakukan pengintegralan dikedua ruas. Oleh karena cukup sulit untuk diintegralkan, mak dari itu lakukan terlebih dahulu dekomposisi terhadap persamaan (2)

$$\int \frac{1}{aN-bN^2}\,dN = \int \frac{1}{a}\left(\frac{1}{N} + \frac{b}{a-bN}\right) dN$$

diperoleh

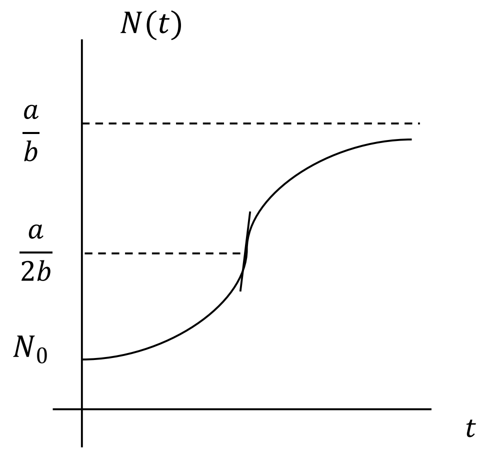
$$N(t) = \frac{\frac{a}{b}}{1+\left(\frac{\frac{a}{b}}{N_0}-1\right)e^{-at}} \qquad (3)$$

Jika persamaan (3) dilimitkan $t \to \infty$, didapatkan (untuk $a > 0$) :

$$N_{max} = \lim_{t\to\infty} N = \frac{a}{b} \qquad (4)$$

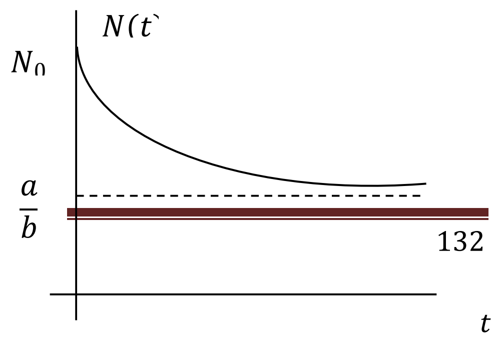
Ketika ukuran suatu populasi berada dibawah daya tampungnya, pertumbuhan populasi akan berjalan cepat menurut model logistik, akan tetapi ketika N mendekati $\frac{a}{b}$, pertumbuhan populasi akan menjadi lambat.

Untuk $a > 0$ berlaku $\lim_{t\to\infty} N = \frac{a}{b}$, sehingga disimpulkan bahwa grafik dari (3) mempunyai asimtot mendatar $N(t) = \frac{a}{b}$. Grafik solusi untuk kasus dapat dilihat pada gambar 1.



Gambar 1. Grafik pertumbuhan logistik berdasarkan solusi model verhulst

Dapat dilihat bahwa kurva logistik adalah S-shaped dan mempunyai titik infleksi ketika $N = \frac{a}{2b}$. Untuk $\frac{a}{b} < N_0$, $a > 0$ grafik solusinya ditumjukkan pada gambar 2. Sedangkan untuk kasus $a < 0$ didapatkan solusi yang tidak stabil, yaitu tidak mengarah pada titik kesetimbangan tertentu [3].



mbar 2. Grafik pertumbuhan Logistik dengan nilai awal diatas carrying capacity

Dari persamaan (4) dapat diperoleh nilai t^* yaitu waktu ketika mencapai setengah dari titik ekuilibriumnya, yakni dengan cara sebagai berikut :

$$N(t) = \frac{\frac{a}{b}}{1+\left(\frac{\frac{a}{b}}{N_0}-1\right)e^{-at}}$$

$$e^{-at} = \frac{\left(\frac{\frac{a}{b}}{N}-1\right)}{\left(\frac{\frac{a}{b}}{N_0}-1\right)}$$

$$-at = ln\left(\frac{\left(\frac{\frac{a}{b}}{N}-1\right)}{\left(\frac{\frac{a}{b}}{N_0}-1\right)}\right)$$

$$t^* = \frac{ln\left(\frac{\left(\frac{\frac{a}{b}}{N}-1\right)}{\left(\frac{\frac{a}{b}}{N_0}-1\right)}\right)}{-a}$$

(4.5)

4. LAJU PERTUMBUHAN DAN CARRYING CAPACITY

Verhulst menjelaskan parameter a (laju pertumbuhan) dan $\frac{a}{b}$ (*carrying capacity*) dapat diperoleh dari jumlah populasi untuk tiga waktu yang berbeda akan tetapi dalam rentang waktu pengambilan data sama. Jika N_0 adalah populasi pada $t = 0$, maka N_1 pada saat waktu $t = T$ dan N_2 pada waktu $t = 2T$ dimana T bilangan asli.

Jika N_0 adalah populasi pada saat $= 0$, N_1 pada saat $t = 1$ dan N_2 pada saat $t = 2$, maka dari persamaan (3) dapat diperoleh :

untuk $t = 1$,

$$N_1 = \frac{\frac{a}{b}}{1+\left(\frac{\frac{a}{b}}{N_0}-1\right)e^{-a(1)}}$$

$$= \frac{abN_0}{b(bN_0+ae^{-a}-bN_0e^{-a})}$$

$$\frac{1}{N_1} = \frac{bN_0+ae^{-a}-bN_0e^{-a}}{aN_0}$$

$$= \frac{b}{a} + \frac{e^{-a}}{N_0} - \frac{bN_0e^{-a}}{aN_0}$$

$$= \frac{b}{a}(1-e^{-a}) + \frac{e^{-a}}{N_0}$$

$$\frac{b}{a}(1-e^{-a}) = \frac{1}{N_1} - \frac{e^{-a}}{N_0} \qquad (5)$$

Untuk $t = 2$, dengan cara yang sama diperoleh $\frac{b}{2}(1-e^{-2a}) = \frac{1}{N_2} - \frac{e^{-2a}}{N_0}$ (6)

Lakukan pembagian (6) oleh (5) untuk mengeliminasi $\frac{b}{a}$, diperoleh

$$\frac{\frac{b}{a}(1-e^{-2a})=\frac{1}{N_2}-\frac{e^{-2a}}{N_0}}{\frac{b}{a}(1-e^{-a})=\frac{1}{N_1}-\frac{e^{-a}}{N_0}}$$

$$1 + e^{-a} = \frac{\frac{1}{N_2}-\frac{e^{-2a}}{N_0}}{\frac{1}{N_1}-\frac{e^{-a}}{N_0}}$$

 ISSN 1979-8911

$$e^{-a} = \frac{N_0N_1 - N_1N_2e^{-2a}}{N_0N_2 - N_1N_2e^{-a}} - \left(\frac{N_0N_2 - N_1N_2e^{-a}}{N_0N_2 - N_1N_2e^{-a}}\right)$$

$$e^{-a} = \frac{N_0(N_2 - N_1)}{N_2(N_1 - N_0)}$$

Jadi tingkat pertumbuhan populasinya adalah

$$a = -ln\frac{N_0(N_2 - N_1)}{N_2(N_1 - N_0)} \qquad (7)$$

Substitusi persamaan 7 ke 5, maka :

$$\frac{b}{a}\left(1 - \frac{N_0(N_2 - N_1)}{N_2(N_1 - N_0)}\right) = \frac{1}{N_1} - \frac{\frac{N_0(N_2 - N_1)}{N_2(N_1 - N_0)}}{N_0}$$

$$\frac{b}{a}\left(\frac{N_2(N_1 - N_0)}{N_2(N_1 - N_0)} - \frac{N_0(N_2 - N_1)}{N_2(N_1 - N_0)}\right) = \frac{N_2(N_1 - N_0) - N_1(N_2 - N_1)}{N_1N_2(N_1 - N_0)}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{\frac{N_2(N_1 - N_0) - N_1(N_2 - N_1)}{N_1N_2(N_1 - N_0)}}{\frac{N_2(N_1 - N_0) - N_0(@_2 - N_1)}{N_2(N_1 - N_0)}} = \frac{{N_1}^2 - N_0N_2}{N_1(N_0N_1 - 2N_0N_2 + N_1N_2)}$$

Sehingga carriying capacity dapat dituliskan menjadi

$$\boldsymbol{\frac{a}{b} = \frac{N_1(N_0N_1 - 2N_0N_2 + N_1N_2)}{{N_1}^2 - N_0N_2}} \qquad (8)$$

Berdasarkan penjelasan Verhulst ini, laju pertumbuhan dan *carrying capacity* dapat diperkirakan dengan rentang waktu pengambilan data yang diinginkan. Dalam penelitian ini, dilakukan beberapa perkiraan laju pertumbuhan dan *carrying capacity* berdasarkan beberapa interval waktu pengambilan sampel Δt untuk kemudian dilakukan analisis terhadap model.

Persamaan (8) dihasilkan dengan rentang waktu pengambilan data dengan $\Delta t = 1$. Berikut ini dilakukan rentang waktu pengambilan data $\Delta t = 2$. Jadi N_0 adalah populasi pada saat $= 0$, N_2 pada saat $t = 2$ dan N_4 pada saat $t = 4$. Untuk $t = 2$ dihasilkan bentuk sebagai berikut

$$\frac{b}{a}(1 - e^{-2a}) = \frac{1}{N_2} - \frac{e^{-2a}}{N_0} \qquad (9)$$

Untuk $t = 4$, dengan cara yang sama diperoleh

$$\frac{b}{a}(1 - e^{-4a}) = \frac{1}{N_4} - \frac{e^{-4a}}{N_0} \qquad (10)$$

Dengan melakukan pembagian (10) oleh (9) untuk mengeliminasi $\frac{b}{a}$, diperoleh

$$e^{-2a} = \frac{N_0(N_4 - N_2)}{N_4(N_2 - N_0)}$$

Jadi laju pertumbuhan rata-rata untuk $\Delta t = 2$ adalah

$$a = -\frac{1}{2}ln\frac{N_0(N_4 - N_2)}{N_4(N_2 - N_0)} \qquad (11)$$

kemudian substitusi (11) ke (9) diperoleh *carrying capacity* sebesar

$$\frac{a}{b} = \frac{N_2(N_0N_2 - 2N_0N_4 + N_2N_4)}{N_2{}^2 - N_0N_4}$$

Selanjutnya untuk rentang waktu pengambilan data dengan $\Delta t = 5$. N_0 adalah populasi pada saat $t = 0$, N_5 pada saat $t = 5$ dan N_{10} pada saat $t = 10$, dengan cara yang sama diperoleh :

$$e^{-5a} = \frac{N_0(N_{10} - N_5)}{N_{10}(N_5 - N_0)}$$

Jadi laju pertumbuhan rata-rata untuk $\Delta t = 5$ adalah

$$a = -\frac{1}{5} ln \frac{N_0(N_{10} - N_5)}{N_{10}(N_5 - N_0)}$$

dengan carrying capacity sebesar

$$\frac{a}{b} = \frac{N_5(N_0N_5 - 2N_0N_{10} + N_5N_{10})}{N_5{}^2 - N_0N_{10}}$$

(4.16)

Untuk rentang waktu pengambilan data dengan $\Delta t = 9$. N_0 adalah populasi pada saat $t = 0$, N_9 pada saat $t = 9$ dan N_{18} pada saat $t = 18$, dengan cara yang sama diperoleh :

$$e^{-9a} = \frac{N_0(N_{18} - N_9)}{N_{18}(N_9 - N_0)}$$

Jadi laju pertumbuhan rata-rata untuk $\Delta t = 9$ adalah

$$a = -\frac{1}{9} ln \frac{N_0(N_{18} - N_9)}{N_{18}(N_9 - N_0)}$$

dengan carrying capacity sebesar

$$\frac{a}{b} = \frac{N_9(N_0N_9 - 2N_0N_{18} + N_9N_{18})}{N_9{}^2 - N_0N_{18}}$$

5. STUDI KASUS DAN ANALISIS DATA

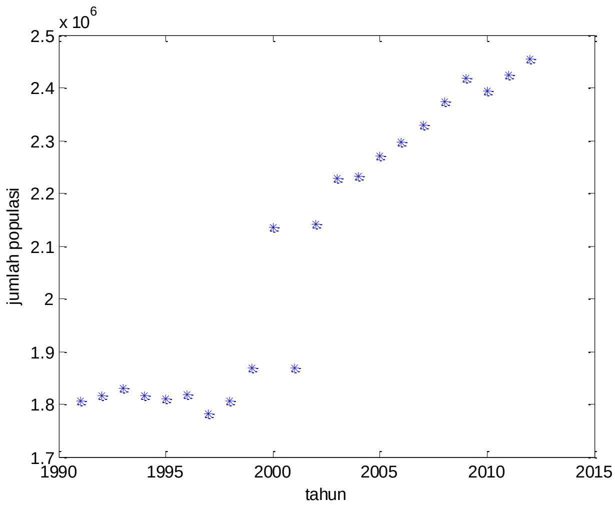
Tabel 1 memperlihatkan jumlah penduduk kota Bandung tahun 1991 hingga tahun 2012 [2]. Terlihat bahwa semakin berjalannya tahun, tidak menjamin bahwa populasi penduduk kota Bandung mengalami peningkatan, sebagai contoh ditahun 1993 ketahun 1994 bukan mengalami kenaikan akan tetapi justru terjadi penurunan populasi. Hal ini bisa dikarenakan adanya faktor emigrasi ke kota-kota lainnya, misalkan emigrasi ke kota Jakarta yang memiliki magnet yang sangat kuat untuk mencari pekerjaan.

Tabel 1. Data jumlah penduduk kota Bandung

ISSN 1979-8911

	nlah		180640 9		229684 8
	1806551		186891 3		232991 8
	1816345		213626 0		237419 8
	1829356		186891 3		241728 8
	1816385		214219 4		239487 3
	1809964		222816 8		242495 7
	1817939		223262 4		245551 7
	1782446		227097 0		

Untuk melihat dinamika pertumbuhan populasi penduduk kota bandung dapat dilihat pada gambar 3. Berdasarkan gambar 3 tersebut dapat dikatakan bahwa pertumbuhan tidak mengalami trend naik ataupun tren turun pada tahun 1991 hingga tahun 2001. Pada tahun tersebut dapat dikatakan terjadi pertumbuhan yang stagnan di kota Bandung. Pada tahun 2002 hingga tahun 2012 dapat dilihat bahwa populasi kota Bandung cenderung mengalami kenaikan dari tahun ke tahun. Hal ini dapat dikarenakan emigrasi yang terjadi tidak terlalu besar dapat disebabkan lapangan pekerjaan dan kelayakan penghidupan di kota bandung lebih baik daripada tahun-tahun sebelumnya.



Gambar 3. Grafik pertumbuhan penduduk kota Bandung tahun 1991 hingga tahun 2012

Untuk mengetahui apakah tetap terjadi kenaikan ataupun tidak di tahun-tahun mendatang selanjutnya dilakukan proyeksi populasi kota bandung berdasarkan data populasi tahun-tahun sebelumnya.

Sebelum melakukan proyeksi, dilakukan terlebih dahulu aproksimasi. Aproksimasi dilakukan terhadap 4 cara pengambilan sampel yang berbeda, yaitu untuk interval pengambilan sampel 1 tahun maupun untuk interval 2, 5, dan 9 tahun. Diantara interval-interval tersebut

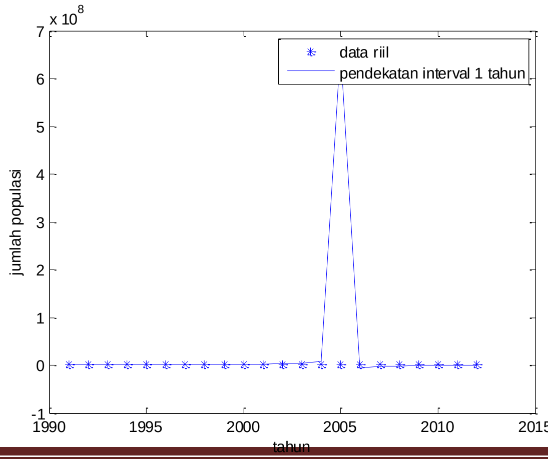
ISSN 1979-8911

di bandingkan hasil aproksimasinya. Aproksimasi yang terbaiklah yang digunakan untuk melakukan proyeksi. Aproksimasi yang terbaik dapat dilihat dari galat MAPE yang dihasilkan.

5.1 Aproksimasi Interval Sampel Data Satu Tahun

Pada bagian ini diambil data populasi penduduk sebanyak tiga buah dengan interval satu tahun yaitu pada tahun 1991, 1992, dan tahun 1993. Hasil aproksimasinya diperlihatkan pada gambar 4 dimana notasi bintang menyatakan data riil kota bandung dari tahun 1991 hingga tahun 2012, sedangkan garis solid menandakan hasil aproksimasinya.

Berdasarkan gambar 4 seolah-olah terlihat hasil prediksi yang cukup sempurna kecuali di tahun 2005. Dikatakan demikian dikarenakan grafik hasil prediksi sangat dekat dengan data riilnya.

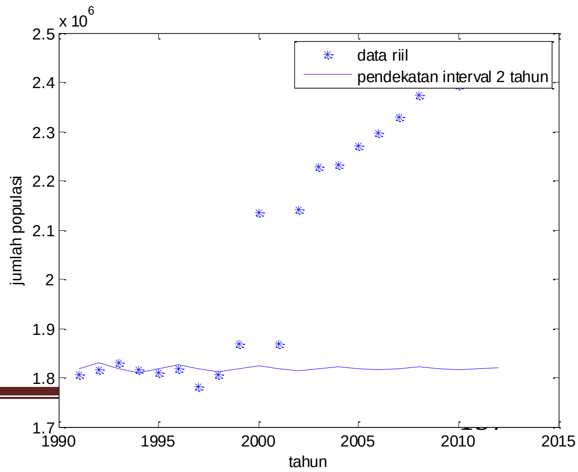


Gambar 4. Perbandingan data riil kota bandung dan hasil pendekatan model verhulst untuk interval pengambilan sampel satu tahun

Perlu diperhatikan bahwa gambar 4 merupakan hasil perhitungan dengan nilai jumlah populasinya di angka eksponensial 10^8. Apabila dalam angka eksponensial 10^6 atau dalam jutaan tentu grafiknya akan terlihat berbeda. Besarnya MAPE pada interval ini adalah 13,9772

5.2 Aproksimasi Interval Sampel Data Dua Tahun

Pada bagian ini diambil data populasi penduduk sebanyak tiga buah dengan interval dua tahun yaitu pada tahun 1991, 1993, dan tahun 1995. Hasil aproksimasinya diperlihatkan pada gambar 4.4 dimana notasi bintang menyatakan data riil kota bandung dari tahun 1991 hingga tahun 2012, sedangkan garis solid menandakan hasil aproksimasinya.



Gambar 5. Perbandingan data riil kota bandung dan hasil pendekatan model verhulst untuk interval pengambilan sampel dua tahun

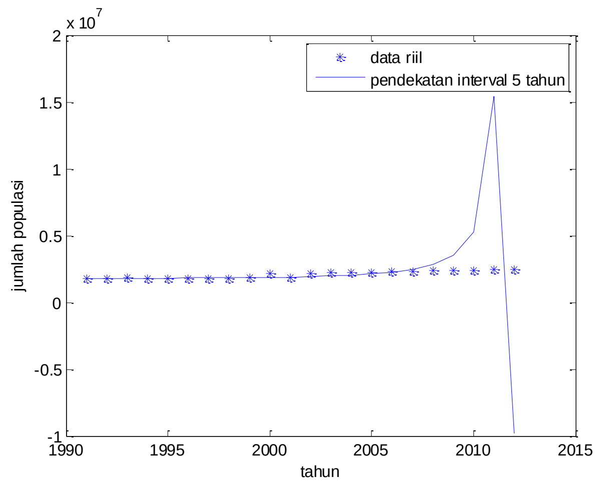
Berdasarkan gambar 5 hasil aproksimasi menunjukkan keakuratan yang cukup jika dilihat di permulaan tahun, yakni pada tahun 1991 hingga tahun 1998, sedangkan pada tahun 1999 keatas justru memberikan hasil aproksimasi yang cukup jauh bahkan semakin jauh dari data riilnya.

Hasil aproksimasinya cenderung bersifat stagnan, atau tidak ada pertumbuhan yang cukup signifikan dari awal hingga akhir aproksimasi. Tentu hal ini akan berakibat besarnya galat yang diperoleh. Untuk MAPE itu sendiri dihasilkan sebesar 0.1201

5.3 Aproksimasi Interval Sampel Data Lima Tahun

Pada bagian ini diambil data populasi penduduk sebanyak tiga buah dengan interval lima tahun yaitu pada tahun 1991, 1996, dan tahun 2001. Hasil aproksimasinya diperlihatkan pada gambar 6 dimana notasi bintang menyatakan data riil kota bandung dari tahun 1991 hingga tahun 2012, sedangkan garis solid menandakan hasil aproksimasinya.

Berdasarkan gambar 6 hasil aproksimasi cukup baik pada permulaan tahun hingga tahun 2008. Cukup baik disini berdasarkan gambar, akan tetapi grafik yang diberikan dalam skala 10^7 bukan 10^6. Setelah tahun 2008, hasil aproksimasi mengalami kenaikan tajam, dan selanjutnya mengalami penurunan yang sangat tajam pula hingga menembus angka minus. Sangat dikhawatirkan hasil proyeksi menggunakan interval 5 tahun ini, menunjukkan angka negatif pula, yang tentu hal ini sangat tidak diperkenankan.



Gambar 6. Perbandingan data riil kota bandung dan hasil pendekatan model verhulst untuk interval pengambilan sampel lima tahun

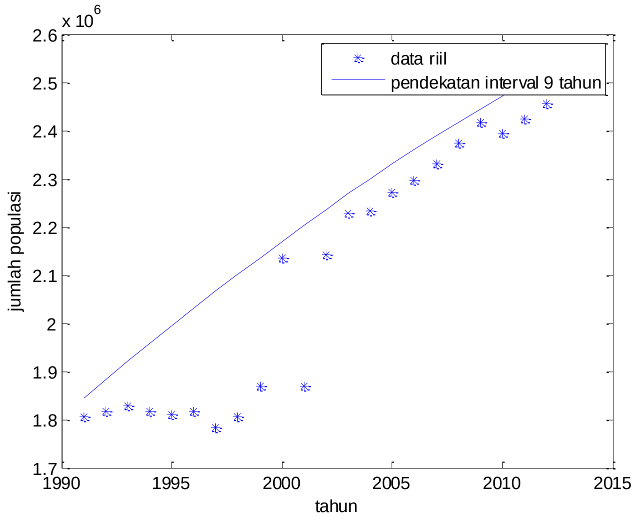
Selisih atau error diawal dapat dikatakan tidak terlalu besar, tetapi untuk tahun 2008 keatas diperoleh error yang cukup signifikan, sehingga dihasilkan galat MAPE dari aproksimasi interval 5 tahun ini adalah 0.5858

5.4 Aproksimasi Interval Sampel Data Sembilan Tahun

Pada bagian ini diambil data populasi penduduk sebanyak tiga buah dengan interval Sembilan tahun yaitu pada tahun 1991, 2000, dan tahun 2009. Hasil aproksimasinya diperlihatkan pada gambar 7 dimana notasi bintang menyatakan data riil kota bandung dari tahun 1991 hingga tahun 2012, sedangkan garis solid menandakan hasil aproksimasinya.

Dari gambar 7 terlihat bahwa dari awal tahun hingga di akhir, aproksimasi menunjukkan hasil yang tidak cukup dekat dan juga tidak cukup jauh dari data riilnya. Grafik tersebut dapat dikatan halus (smooth) karena tidak ada kenaikan ataupun penurunan secara tiba-tiba dengan perbedaan yang cukup signifikan. Terlebih lagi tidak ada hasil aproksimasi yang menunjukkan angka negative.

Untuk galatnya, cukup stabil, tidak ada nilai galat yang sangat besar sehingga galat MAPE untuk interval 9 tahun ini adalah 0,0616. Cukup kecil dibandingkan dengan interval-interval lainnya. Untuk lebih jelasnya perhatikan tabel 2.



Gambar 7. Perbandingan data riil kota bandung dan hasil pendekatan model verhulst untuk interval pengambilan sampel Sembilan tahun.

Berdasarkan tabel 2 interval satu tahun memiliki MAPE yang sangat besar. Tentu saja pada interval ini tidak dapat dijadikan rujukan untuk melakukan proyeksi terhadap populasi penduduk kota Bandung. Terlebih lagi terdapat aproksimasi bernilai negatif, sama halnya pada interval 5 tahun yang

ISSN 1979-8911

dapat memungkinkan proyeksi yang terjadi juga akan bernilai negatif.

Jadi yang dapat dijadikan sebagai rujukan untuk melakukan proyeksi adalah interval pengambilan data sampel setiap 9 tahun sekali, dikarenakan diantara interval yang lainnya, interval 9 tahun ini memiliki MAPE yang terkecil, dan setiap aproksimasinya tidak ada yang bernilai negatif

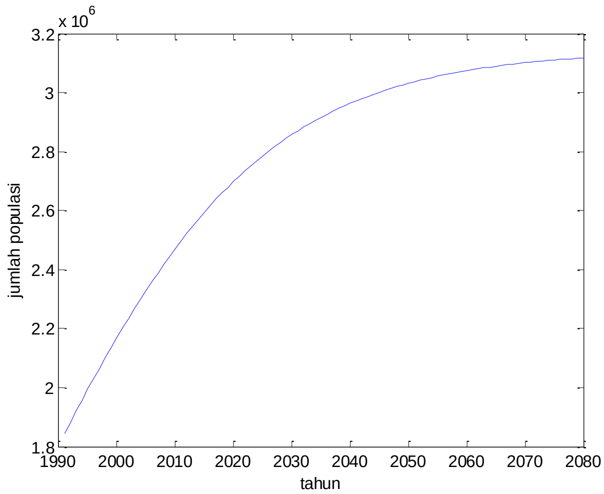
Tabel 2. Perbandingan MAPE tiap-tiap interval pengambilan data sampel

6. PROYEKSI PENDUDUK KOTA BANDUNG

Seperti yang telah disimpulkan bahwa interval Sembilan tahun memiliki MAPE terkecil, maka dari itu interval ini dapat dijadikan sebagai rujukan untuk melakukan proyeksi penduduk kota Bandung berikut pula rata-rata pertumbuhan populasi dan batasan maksimum (*Carrying Capaity*) penduduk kota Bandung.

Hasil proyeksi penduduk kota Banudng diperlihatkan pada gambar 8. Pada gambar tersebut terlihat jelas pada tahun 2080 laju pertumbuhan populasi mulai mengalami penurunan, artinya penambahan populasi meskipun bertambah, tetapi pertambahan tersebut semakin kecil untuk waktu yang berjalan.

Semakin besar waktu berjalan, penduduk kota bandung akan mencapai batasan maksimumnya yakni sebesar 3.142.800 jiwa seperti yang terdapat pada lampiran dimana pada tahun 2130 populasi penduduk kota Bandung takan mencapai 3.140.722, hampir mendekati batasan maksimumnya.



Gambar 8. Proyeksi populasi penduduk kota bandung hingga tahun 2080.

Dengan hasil proyeksi tidak terlepas dari pertumbuhan populasi rata-

rata per tahunnya. Untuk interval 9 tahun ini diperoleh rata-rata pertumbuhan populasi penduduk kota bandung tiap tahunnya sebesar 0,0501 atau sebesar 5,01 persen dari total penduduk kota Bandung.

7. KESIMPULAN

Dari hasil penelitian yang telah dipaparkan, maka dapat disimpulkan bahwa masing-masing interval memberikan aproksimasi yang berbeda-beda, dimana interval Sembilan tahun memberikan pendekatan yang terbaik sehingga dijadikan rujukan untuk memproyeksikan penduduk kota Bandung. Proyeksi yang dilakukan hingga tahun 2080 memberikan kesimpulan semakin bertambah tahun, semakin kecil pertambahan penduduknya, hal ini disebabkan berkurangnya sumberdaya maupun ruang tempat tinggalnya, hingga di tahun 2130 populasi mencapai 3.140.722 mendekati batasan maksimumnya yakni sebesar 3.142.800 dimana hasil proyeksi tersebut dipengaruhi oleh rata-rata pertumbuhan populasi penduduk kota Bandung sebesar 0.0501 atau sebesar 5,01%

DAFTAR PUSTAKA

[1] Bacaer, Nicolas. *A Short History of Mathematical Population Dynamics* . Springer-Verlag London Limited 2011.

[2] Katalog BPS, *Daerah Dalam Angka*, Tahun 1991-2012. Badan Pusat Statistik Kota Bandung

[3] Katalog BPS 1102001.32 *Jawa Barat Dalam Angka 2013* penerbit BPS Provinsi Jawa Barat, 2013

[4] Wali, Augustus. Dkk. *Mathematical Modeling of Rwanda's Population Growth*. Applied Mathematical Science, Vol.5, 2011, no.53, 2617-2628.

[5] Zheng, Songfeng, Methods of Evaluating Estimator. Lecture notes Missouri State University