

Penyelesaian Masalah Transportasi dengan Degenerasi dan Siklus Berulang Menggunakan *Minimum Demand Method* dan *Maximum Difference Extreme Difference Method*

Fahrudin Muhtarulloh^{1, a)}, Evi Wardah Mardiah^{1, b)}, Arief Fatchul Huda^{1, c)}, Diny Zulkarnaen^{1, d)}

¹ Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, UIN Sunan Gunung Djati, Indonesia

^{a)} email: fahrudin.math@uinsgd.ac.id

^{b)} email: eviwardahmardiah92@gmail.com

^{c)} email: afhuda@uinsgd.ac.id

^{d)} email: dzulkarnaen@uinsgd.ac.id

Abstrak

Masalah transportasi merupakan salah satu model pemrograman linier yang dapat dimanfaatkan untuk pengaturan pendistribusian dari suatu sumber (supply produk) ke suatu tujuan yang membutuhkan produk tersebut secara optimal dengan pemakaian biaya yang paling minimum. Namun dalam melakukan uji optimalitas terkadang nilai optimalnya belum dapat ditentukan yang disebabkan karena terjadi degenerasi dan siklus berulang. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengatasi masalah degenerasi dan siklus berulang yang terjadi pada masalah optimasi. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah *Minimum Demand Method (MDM)* dan *Maximum Difference Extreme Difference Method (MDEDM)* serta uji optimalitas yaitu *Modified Distribution (MODI)*. Hasil analisis data menunjukkan bahwa metode *Minimum Demand Method* memiliki masalah degenerasi yang lebih banyak yaitu sebanyak 132 data pada kasus seimbang dan 137 data pada kasus tidak seimbang. Metode *Maximum Difference Extreme Difference Method* memiliki masalah siklus berulang yang lebih banyak yaitu sebanyak 8 data pada kasus seimbang dan 9 data pada kasus tidak seimbang. Dari hasil perhitungan dapat disimpulkan bahwa metode *Maximum Difference Extreme Difference Method* lebih optimal dibandingkan dengan metode *Minimum Demand Method*.

Kata kunci: Degenerasi, Masalah Siklus Berulang, Masalah Transportasi, *Maximum Difference Extreme Difference Method*, *Minimum Demand Method*

Abstract

The transportation problem is a linear programming model that can be used to regulate distribution from a source (product supply) to a destination that requires the product optimally with minimum costs. However, when carrying out optimality tests, sometimes the optimal value cannot be determined due to

degeneration and repeated cycles. The aim of this research is to overcome the problem of degeneration and repeated cycles that occur in optimization problems. The methods used in this research are Minimum Demand Method (MDM) and Maximum Difference Extreme Difference Method (MDEDM) as well as the optimality test, namely Modified Distribution (MODI). The results of data analysis show that analysis show that the Minimum Demand Method has more degeneration problems, namely 132 data in the balanced case and 137 data in the unbalanced case. The Maximum Difference Extreme Difference Method has more repeated cycle problems, namely 8 data in the balanced case and 9 data in the unbalanced case. From the calculation results it can be concluded that the Maximum Difference Extreme Difference Method is more optimal than the Minimum Demand Method.

Keywords: Degeneration, Maximum Difference Extreme Difference Method, Minimum Demand Method, Repeated Cycle Problem, Transportation Problem

Pendahuluan

Dalam memecahkan sebuah masalah, manusia perlu mengambil keputusan yang terbaik. Sama halnya seperti pada organisasi dan perusahaan, seorang manajer memerlukan sebuah sistem untuk pengambilan keputusan. Pendekatan ilmiah dalam pengambilan keputusan melibatkan penggunaan suatu model matematika [1]. Riset operasi merupakan model matematis yang bermanfaat dalam proses pengamatan dan analisis sebuah masalah untuk mendapatkan alternatif solusi dalam mencari jalan keluar [2]. Riset operasi digunakan dalam berbagai bidang, seperti pada bidang usaha, militer, pemerintahan sipil, dan lainnya, sehingga riset operasi dapat digunakan untuk pendekatan ilmiah untuk pengambilan keputusan yang optimal [3]. Ada tiga teknik dalam riset operasi, yaitu teknik pemrograman matematika, teknik pemrosesan stokastik, serta metode statistik. Pada teknik pemrograman matematika, terdapat banyak model, seperti pemrograman linier, metode kalkulus, pemrograman tak linier, pemrograman geometri, pemrograman kuadratis, dan lainnya [4].

Masalah transportasi merupakan masalah pemrograman linier yang mengatur pengalokasian dari sumber-sumber yang berbeda ke suatu tujuan dengan pasar yang berbeda dengan meminimumkan total biaya [5][6]. Masalah transportasi sering berhubungan dengan masalah pendistribusian barang, yaitu pengiriman dari sumber pengiriman ke beberapa tujuan penerimaan untuk mencari nilai biaya yang minimum. Masalah transportasi dapat diselesaikan dengan mencari solusi layak awal yang kemudian dilakukan uji optimalitas sehingga mendapatkan nilai solusi optimal. Metode transportasi dapat digunakan dalam kegiatan-kegiatan lain pada usaha atau bisnis, metode transportasi dapat digunakan dalam masalah pengiklanan, pembelanjaan modal serta alokasi dana pada investasi, keseimbangan lini pada perakitan, serta perencanaan produksi [6], [7]. Namun dalam melakukan uji optimalitas terkadang nilai optimalnya belum dapat ditentukan yang disebabkan karena terjadi degenerasi dan siklus berulang. Degenerasi adalah jika pada tabel transportasi, jumlah segi empat yang terisi kurang dari $\text{Rim Requirement} - 1$ [8].

Ada banyak metode untuk memecahkan masalah transportasi. Metode yang umum digunakan untuk mencari solusi layak awal yaitu *North-West Corner Method* (NWCM), *Least Cost Method* (LCM), dan *Vogel Approximation Method* (VAM). Adapun metode untuk melakukan uji optimalitas dari solusi layak awal yang didapatkan dapat menggunakan metode *Stepping Stone* atau dengan metode *Modified*

Distribution (MODI). Seiring dengan perkembangan zaman, banyak metode-metode baru yang muncul untuk menyelesaikan masalah transportasi. Metode-metode baru tersebut memiliki tujuan untuk memberikan solusi layak awal yang paling mendekati nilai optimal. Misalnya untuk mencari solusi layak awal terdapat metode baru seperti *Minimum Demand Method* (MDM) [9] dan *Maximum Difference Extreme Difference Method* (MDEDM) [10]. Kedua metode tersebut dipilih selain karena algoritmanya yang sederhana, kedua metode tersebut sama-sama berdasarkan pada nilai demand dan mampu mengatasi masalah degenerasi dan siklus berulang.

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengatasi masalah degenerasi dan siklus berulang yang terjadi pada masalah optimasi. Metode yang digunakan untuk mencapai tujuan penelitian tersebut adalah *Minimum Demand Method* (MDM) dan *Maximum Difference Extreme Difference Method* (MDEDM) serta uji optimalitas yaitu *Modified Distribution* (MODI).

Metode

Metode *Minimum Demand Method* dan *Maximum Difference Extreme Difference Method* merupakan metode yang diusulkan untuk menyelesaikan masalah transportasi.

1. Metode *Minimum Demand Method*

Minimum Demand Method (MDM) merupakan metode pada masalah transportasi yang digunakan untuk mencari nilai solusi layak awal. Ide munculnya metode ini didorong dengan adanya Vogel's approximation method (VAM) dan modifikasi VAM, serta metode revised distribution (RDI). *Minimum Demand Method* (MDM) dapat digunakan untuk menyelesaikan kasus minimasi masalah transportasi. Metode MDM ini hanya dibatasi oleh nilai *demand* minimum di baris *demand*nya saja [9][11][12].

Adapun langkah-langkah pengerjaan *Minimum Demand Method* adalah sebagai berikut.

- 1) Periksa apakah data merupakan data seimbang atau data tidak seimbang, jika tidak seimbang maka tambahkan dummy.
- 2) Mulailah dari demand yang paling minimum. Jika terdapat nilai minimum demand yang sama maka pilih nilai yang memiliki biaya terendah.
- 3) Alokasikan unit dari baris demand atau supply ke sel dengan biaya terendah di kolom demand.
- 4) Jika demand di kolom terpenuhi, pindah ke nilai minimum demand berikutnya.
- 5) Ulangi Langkah (2) dan (3) sampai kondisi supply dan demand terpenuhi.
- 6) Hitung biaya total.

2. Metode *Maximum Difference Extreme Difference Method*

Maximum Difference Extreme Difference Method (MDEDM) merupakan metode pada masalah transportasi yang digunakan untuk menentukan solusi layak awal. MDEDM dapat digunakan untuk kasus minimasi biaya serta dapat digunakan untuk kasus maksimasi keuntungan [10].

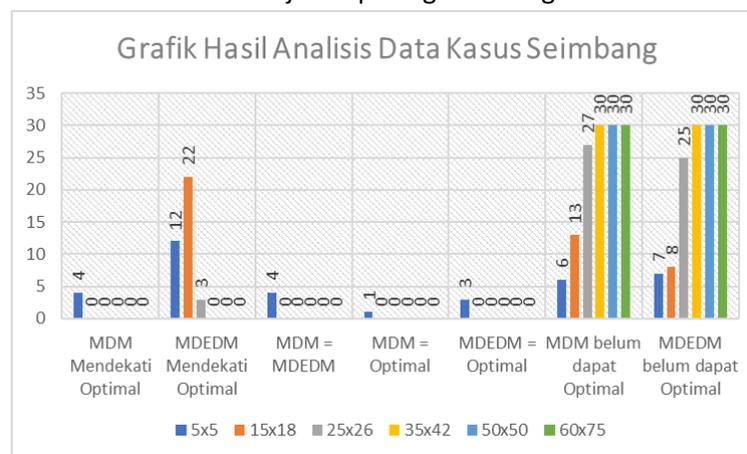
Adapun langkah-langkah *Maximum Difference Extreme Difference Method* (MDEDM) adalah sebagai berikut.

- 1) (a) Carilah selisih maksimum (MD_i), yaitu, selisih antara biaya unit terbesar dan biaya unit terkecil berikutnya di sepanjang baris.
(b) Carilah selisih ekstrim (ED_j), yaitu selisih antara biaya unit terbesar dan biaya unit terkecil di sepanjang kolom. Jika biaya unit terbesar dan biaya unit terkecil sama, perbedaan ekstrim dianggap nol.

- 2) (a) Pilih nilai terbesar dari (MD_i) dan (ED_j) , kemudian pilih sel biaya unit terkecil (c_{ij}) yang sesuai dengannya.
 (b) Jika nilai (MD_i) atau (ED_j) sama serta terdapat nilai biaya unit (c_{ij}) yang sama, maka pilih sel biaya unit (c_{ij}) terkecil yang terletak di baris paling atas dan di sudut paling kiri.
- 3) Alokasikan sel yang terpilih pada langkah (2), minimum antara *supply* a_i dan *demand* b_j , yaitu $\min\{a_i, b_j\}$.
 (a) Jika $a_i < b_j$, maka *supply* pada baris tersebut menjadi nol (habis) dan dicoret dari tabel. Nilai baru dari *demand* menjadi $b_j - a_i$.
 (b) Jika $a_i > b_j$, maka *demand* pada kolom tersebut menjadi nol (habis) dan dicoret dari tabel. Nilai *supply* yang baru menjadi $a_i - b_j$.
 (c) Jika $a_i = b_j$, cari sel dengan biaya terkecil di sepanjang baris ke-i dan kolom ke-j dan berikan nilai nol padanya, kemudian coret baris ke-i dan kolom ke-j dari tabel.
- 4) Hitung selisih baru untuk sel yang tersisa seperti yang kita miliki pada Langkah 1 dan alokasikan dengan cara yang sama. Lanjutkan proses sampai semua baris dan kolom terpenuhi.
- 5) Hitung biaya transportasi minimum dengan menjumlahkan semua perkalian biaya c_{ij} dan jumlah barang yang dikirim x_{ij} yang sesuai untuk sel yang dialokasikan.

Hasil dan Diskusi

Data yang digunakan pada analisis merupakan data random atau data acak yang memiliki rentang nilai biaya antara 1 sampai dengan 99 untuk setiap nilai biaya dan jumlah masing-masing permintaan serta penawaran pada masing-masing sumber dan tujuan memiliki rentang jumlah barang antara 1 sampai dengan 99. Adapun data sebanyak 360 data, sebanyak 180 data seimbang dan 180 data tidak seimbang dengan 6 macam ukuran data yang bervariasi secara masing-masing dan 30 data masing-masing di tiap ukuran data. Hasil analisis ditunjukkan pada gambar 1 grafik berikut:

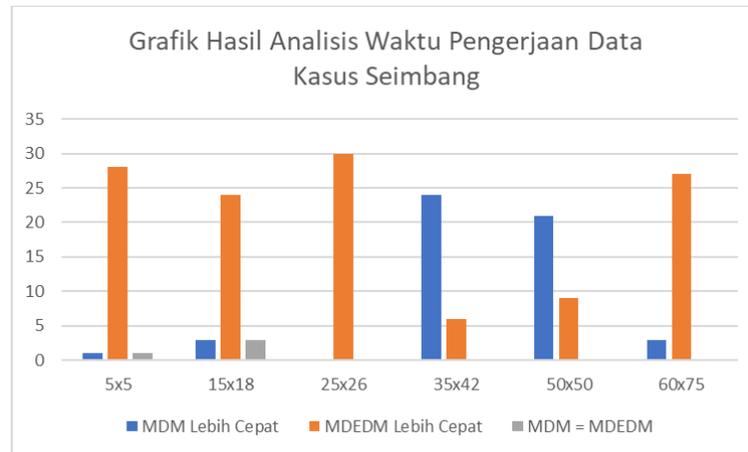


Gambar 1. Grafik Hasil Analisis Data Kasus Seimbang

Dapat dilihat pada gambar 1, data yang sama dengan optimal serta mendekati nilai optimal lebih banyak terjadi pada metode *Maximum Difference Extreme Difference Method* yaitu sebanyak 40 data, sedangkan metode *Minimum Demand Method* hanya sebanyak 5 data. Namun, dalam uji optimalitas terdapat data yang belum dapat ditentukan nilai optimalnya, pada metode *Minimum Demand Method*

terdapat 136 data, lebih banyak 6 data dibandingkan dengan metode *Maximum Difference Extreme Difference Method* yang sebanyak 130 data.

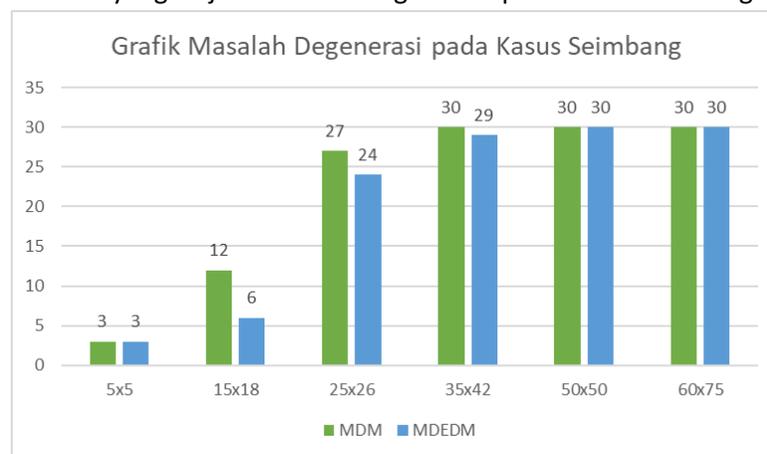
Dalam melakukan pengolahan data, masing-masing data memiliki waktu pengerjaan yang berbeda-beda, yang diakibatkan oleh ukuran data serta metodenya itu sendiri. Adapun hasil analisis waktu pengerjaan data kasus seimbang adalah sebagai berikut:



Gambar 2. Grafik Hasil Analisis Waktu Pengerjaan Kasus Seimbang

Gambar 2 menunjukkan pengerjaan dengan menggunakan *Maximum Difference Extreme Difference Method* lebih cepat dibandingkan dengan *Minimum Demand Method*.

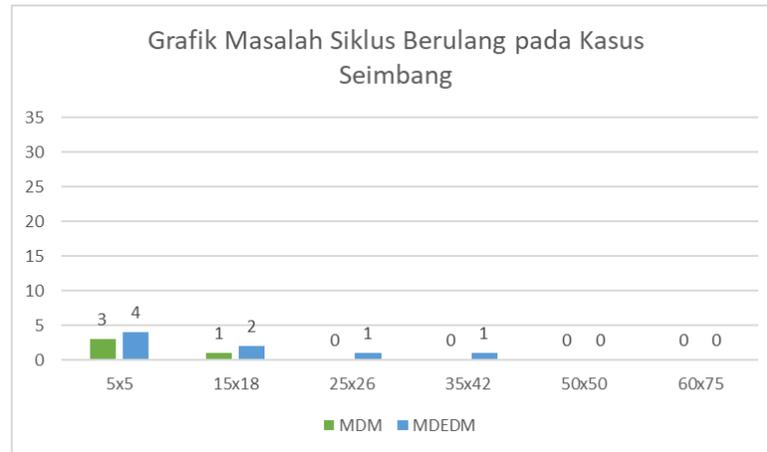
Dalam melakukan uji optimalitas solusi layak awal dengan menggunakan MODI untuk metode *Minimum Demand Method* dan *Maximum Difference Extreme Difference Method* terdapat data yang belum dapat ditentukan uji optimalitasnya. Masing-masing data yang belum dapat ditentukan nilai optimalnya pada saat uji optimalitas terjadi karena adanya masalah degenerasi dan masalah siklus berulang. Adapun rincian data yang terjadi masalah degenerasi pada kasus seimbang sebagai berikut.



Gambar 3. Grafik Masalah Degenerasi pada Kasus Seimbang

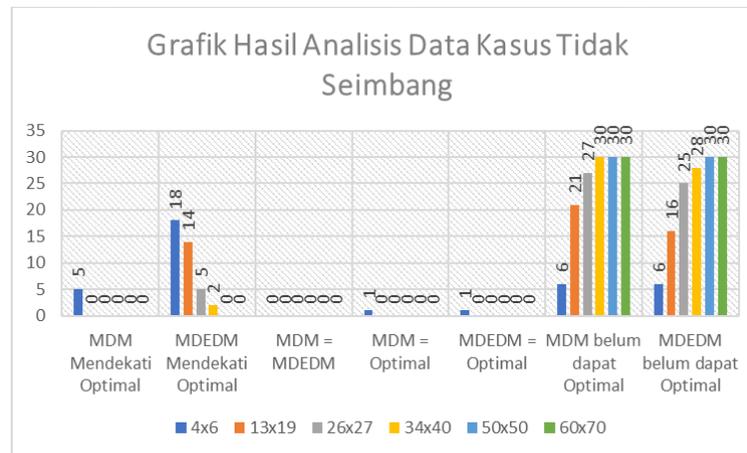
Gambar 3 menunjukkan bahwa masalah degenerasi terjadi ketika jumlah basis atau titik alokasi pada data kurang dari jumlah kolom ditambah jumlah baris dikurangi satu ($m+n-1$). Hal tersebut menyebabkan tidak dapat dilakukan perhitungan nilai indeks dan pencarian jalur tertutup, sehingga proses uji optimalitas tidak dapat dilanjutkan dan menyebabkan nilai optimal belum dapat ditentukan.

Grafik menunjukkan metode *Maximum Difference Extreme Difference Method* mengalami masalah degenerasi lebih sedikit dibandingkan dengan metode *Minimum Demand Method*.



Gambar 4. Grafik Masalah Siklus Berulang pada Kasus Seimbang

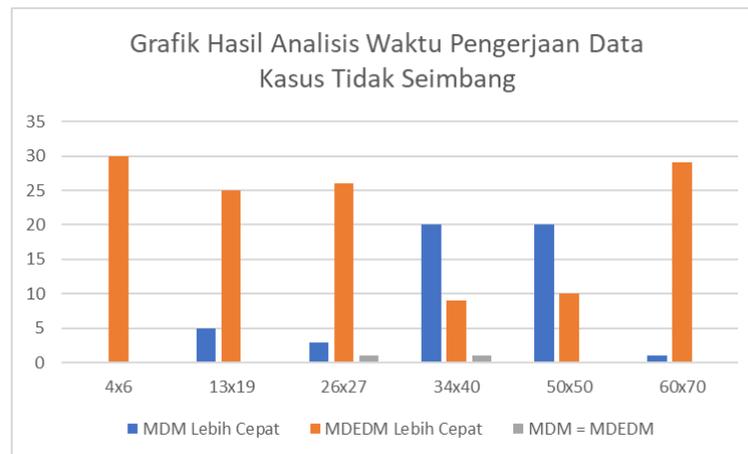
Gambar 4 menunjukkan bahwa selain terjadinya masalah degenerasi, pada uji optimalitas kasus seimbang mengalami masalah siklus berulang. Masalah siklus berulang ini terjadi pada uji optimalitas dengan menggunakan MODI, dimana pada saat dilakukan pencarian jalur tertutup untuk perubahan alokasi terjadi pengulangan penempatan alokasi pada titik alokasi sebelumnya secara berulang, sehingga proses iterasi terus berlanjut tanpa henti, hal ini menyebabkan nilai optimalitasnya tidak dapat ditentukan. Grafik menunjukkan metode *Minimum Demand Method* mengalami masalah siklus berulang lebih sedikit dibandingkan dengan metode *Maximum Difference Extreme Difference Method*.



Gambar 5. Grafik Hasil Analisis Data Kasus Tidak Seimbang

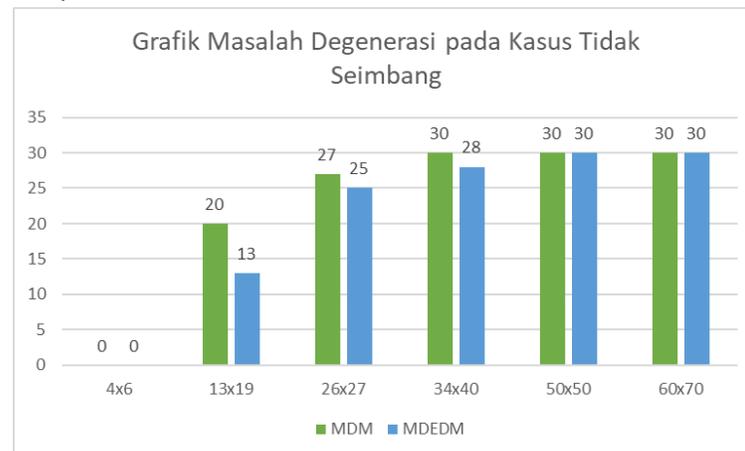
Adapun pada kasus tidak seimbang, gambar 5 menunjukkan data yang sama dengan optimal serta mendekati nilai optimal lebih banyak terjadi pada metode *Maximum Difference Extreme Difference Method* yaitu sebanyak 40 data, sedangkan metode *Minimum Demand Method* hanya sebanyak 6 data. Namun, dalam uji optimalitas terdapat data yang belum dapat ditentukan nilai optimalnya, pada metode *Minimum Demand Method* terdapat 144 data, lebih banyak 9 data dibandingkan dengan metode *Maximum Difference Extreme Difference Method* yang sebanyak 135 data.

Masing-masing data memiliki waktu pengerjaan yang berbeda-beda, yang diakibatkan oleh ukuran data serta metodenya itu sendiri. Adapun hasil analisis waktu pengerjaan data kasus tidak seimbang adalah sebagai berikut:



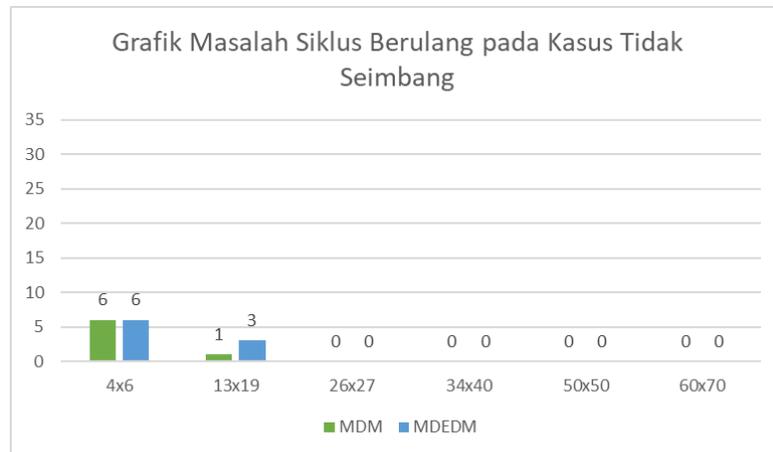
Gambar 6. Grafik Hasil Analisis Waktu Pengerjaan Kasus Tidak Seimbang

Gambar 6 menunjukkan pengerjaan dengan menggunakan *Maximum Difference Extreme Difference Method* lebih cepat dibandingkan dengan *Minimum Demand Method*. Dalam melakukan uji optimalitas solusi layak awal dengan menggunakan MODI untuk metode *Minimum Demand Method* dan *Maximum Difference Extreme Difference Method* dalam kasus tidak seimbang juga terdapat data yang belum dapat ditentukan uji optimalitasnya



Gambar 7. Grafik Masalah Degenerasi pada Kasus Tidak Seimbang

Gambar 7 menunjukkan metode *Maximum Difference Extreme Difference Method* mengalami lebih sedikit masalah degenerasi dibandingkan dengan metode *Minimum Demand Method*.



Gambar 8. Grafik Masalah Siklus Berulang pada Kasus Tidak Seimbang

Gambar 8 menunjukkan metode *Minimum Demand Method* mengalami masalah siklus berulang lebih sedikit dibandingkan dengan metode *Maximum Difference Extreme Difference Method*. Analisis masalah siklus berulang pada kasus tidak seimbang ini adalah analisis data terakhir yang penulis lakukan. Pada bagian berikutnya akan ditarik sebuah kesimpulan dari semua analisis data yang penulis lakukan.

Kesimpulan

Berdasarkan analisis data yang telah dilakukan dapat disimpulkan bahwa dalam hal degenerasi *Minimum Demand Method* mengalami lebih banyak masalah degenerasi, yaitu sebanyak 73,33% dari 180 data pada kasus seimbang serta 76,11% dari 180 data pada kasus tidak seimbang. Sedangkan *Maximum Difference Extreme Difference Method* mengalami lebih sedikit masalah degenerasi, yaitu sebesar 67,78% dari 180 data pada kasus seimbang dan 70% pada kasus tidak seimbang. Hal ini menyebabkan solusi layak awal yang dihasilkan dari kedua metode belum dapat ditentukan nilai optimalnya. Kemudian dalam hal siklus berulang *Maximum Difference Extreme Difference Method* mengalami lebih banyak masalah siklus berulang, yaitu sebanyak 4,44% dari 180 data pada kasus seimbang dan 5% dari 180 data pada kasus tidak seimbang. Sedangkan *Minimum Demand Method* mengalami lebih sedikit masalah siklus berulang, yaitu sebanyak 2,22% dari 180 data pada kasus seimbang dan 3,89% dari 180 data pada kasus tidak seimbang. Masalah siklus berulang menyebabkan belum dapat ditentukannya nilai optimal pada uji optimalitas.

Referensi

- [1] W. L. Winston, *Operations research: applications and algorithms*. Cengage Learning, 2022.
- [2] S. T. Darmawan Yudhanegara, *Riset Operasi Manajemen Transportasi*. Ahlimedia Book, 2021.
- [3] A. Rangkuti, *7 Model Riset Operasi & Aplikasinya*. Firstbox Media, 2019.
- [4] J. J. Siang, "Riset Operasi dalam Pendekatan Algoritmis Edisi 2," *Penerbit Andi, Yogyakarta*, 2014.
- [5] P. Ramamurthy, *Operations Research. Second Edition*. 2007.
- [6] M. Rohmah, E. R. Wulan, dan F. Ilahi, "Penentuan Rute Transportasi untuk Meminimalkan Biaya Menggunakan Metode Nearest Neighbor dan Nearest Insert (Studi Kasus dalam Pendistribusian Sandal di Tasikmalaya)," *Kubik J. Publ. Ilm. Mat.*, vol. 4, no. 2, hal. 187–195, 2019.
- [7] W. S. Raharjo dan E. R. Wulan, "Penggunaan Metode Maximum Supply With Minimum Cost untuk Mendapatkan Solusi Layak Awal Masalah Transportasi," *J. Kubik*, vol. 2, no. 2, 2017.

- [8] J. A. Arditya, "Solusi Masalah Non Degenerasi Program Linier Trapezoidal Fuzzy Pada Home Industry 'Rasimun Snack,'" Universitas Diponegoro, 2020.
- [9] S. Jamali, A. S. Soomro, dan M. M. Shaikh, "The Minimum Demand Method—A New and Efficient Initial Basic Feasible Solution Method for Transportation Problems," *J. Mech. Contin. Math. Sci.*, vol. 15, no. 19, hal. 94–109, 2020.
- [10] R. R. Lekan, L. C. Kavi, dan N. A. Neudauer, "Maximum Difference Extreme Difference Method for Finding the Initial Basic Feasible Solution of Transportation Problems," *Appl. Appl. Math. An Int. J.*, vol. 16, no. 1, hal. 18, 2021.
- [11] U. Ula, S. Khabibah, dan R. H. SU, "Penentuan Solusi Fisibel Awal Masalah Transportasi Dengan Minimum Demand Method," in *Pattimura Proceeding: Conference of Science and Technology*, 2021, hal. 285–292.
- [12] M. I. Fadillah, "Perbandingan Karagul Sahin Approximation Method (Ksam) Dan Minimum Demand Method (Mdm) Dalam Menentukan Solusi Fisibel Awal Masalah Transportasi," UNDIP, 2023.